

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA

ARGENTINA

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO



ENERO 1941 — ENTREGA I — TOMO CXXXI

SUMARIO

	Pág.
SECCION SANTA FE de la Sociedad Cientifica Argentina:	
<i>Ciclo de conferencias:</i>	
DÁMASO A. LACHAGA. — Algo sobre suelo y agua en el Valle de Conlara	3
C. C. DASSEN. — Segundo teorema de Picard	4
OTTO GOTTSCHALK. — El cálculo exacto de estructuras rígidas	16
CARLOS RUSCONI. — Sobre una « Pipa insignia » de fumar, de Mendoza..	44

BUENOS AIRES
CALLE SANTA FE 1145

1941

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Pedro Visca †	Dr. Carlos Darwin †	Dr. Walter Nernst
Dr. Mario Isola †	Dr. César Lombroso †	Dr. Alberto Einstein
Dr. Germán Burmeister †	Ing. Luis A. Huergo †	Dr. Cristóbal M. Hicken †
Dr. Benjamín A. Gould †	Ing. Vicente Castro †	Dr. Angel Gallardo †
Dr. R. A. Phillippl †	Dr. Juan J. J. Kyle †	Dr. Eduardo L. Holmberg †
Dr. Guillermo Rawson †	Dr. Estanislao S. Zeballos †	Ing. Guillermo Marconi †
Dr. Carlos Berg †	Ing. Santiago E. Barabino †	Ing. Eduardo Huergo †
Dr. Valentín Balbín †	Dr. Carlos Spegazzini †	Dr. Enrique Ferri †
Dr. Florentino Ameghino †	Dr. J. Mendizábal Tamborel †	

CONSEJO CIENTIFICO

Ing. Félix Aguilar; Ing. José Babini; Dr. Horacio Damianovich; Dr. Claro C. Dassen; Prof. Carlos E. Dieulefait; Dr. Juan A. Domínguez; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Alfredo Franceschi; Dr. Joaquín Frenguelli; Dr. Josué Gollan (h.); Dr. Bernardo A. Houssay; Dr. Cristofredo Jakob; Dr. Ramón G. Loyarte; Dr. Emillano J. Mac Donagh; Dr. R. Armando Marotta; Dr. Julio Méndez; Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi; Dr. Franco Pastore; Capitán de fragata Héctor R. Ratto; Vicealmirante Segundo R. Storni; Dr. Alfredo Sordelli; Dr. Reinaldo Vanossi; Dr. Adolfo T. Williams; Dr. Enrique V. Zappi.

JUNTA DIRECTIVA

(1939-1940)

<i>Presidente</i>	Ingeniero Jorge W. Dobranich
<i>Vicepresidente 1º</i>	Doctor Gonzalo Bosch
<i>Vicepresidente 2º</i>	Doctor Claro C. Dassen
<i>Secretario de actas</i>	Arquitecto Carlos E. Gêneau
<i>Secretario de correspondencia.</i>	Doctor Santiago Barabino Amadeo
<i>Tesorero</i>	Ingeniero Edmundo Parodi
<i>Bibliotecario</i>	Ingeniero Carlos A. Lizer y Trelles
	Ingeniero Nicolás Besio Moreno
	Doctor Antonio Casacuberta
	Ingeniero Julio R. Castiñeiras
	Ingeniero Enrique Chanourdie
<i>Vocales</i>	Doctor Marcelino Herrera Vegas
	Doctor Jorge Magnin
	Doctor Juan Nielsen
	Doctor Juan C. Vignaux
	Doctor Reinaldo Vanossi
	Ingeniero Belisario Alvarez de Toledo
	Cap. de Fragata Teodoro Caillet Bois
<i>Suplentes</i>	Ingeniero José S. Gandolfo
	Ingeniero Alfredo G. Galmarini
	Ingeniero Benno J. Schnack
<i>Revisores de balances anuales</i> }	Ingeniero Pablo E. Bordenave
	Doctor Jacobo Wainer

ADVERTENCIA.— Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

Impreso en los Talleres Gráficos "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 321-325 - Buenos Aires

ANALES
DE LA
SOCIEDAD CIENTIFICA
ARGENTINA

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

TOMO CXXXI

BUENOS AIRES
CALLE SANTA FE 1145

1941



Digitized by the Internet Archive
in 2025

SECCION OFICIAL
DE LA
SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA
SECCION « SANTA FE »

Ciclo de conferencias

ALGO SOBRE SUELO Y AGUA EN EL VALLE DE CONLARA

POR EL INGENIERO AGRÓNOMO DÁMASO A. LACHAGA

El miércoles 30 de Octubre de 1940, se realizó en una de las aulas de la Facultad de Química Industrial y Agrícola de Santa Fe, un acto organizado por la Sociedad Científica Argentina (Sección Santa Fe), en el que disertó el Ingeniero Agrónomo Dámaso A. Lachaga sobre el tema: Algo sobre suelo y agua en el valle de Conlara. El disertante expuso las observaciones personales recogidas en la región, así como los estudios acerca de la misma realizados en el Instituto Experimental de Investigación y Fomento Agrícola-Ganadero del cual forma parte.

La disertación que fué ilustrada con proyecciones luminosas, fué seguida atentamente por el numeroso público concurrente y más que una conferencia individual tuvo carácter de comunicación científica, poniéndose la misma a consideración de los socios asistentes, lo que motivó un cordial y animado debate.

El acto fué auspiciado por el Instituto Social de la Universidad Nacional del Litoral.

SEGUNDO TEOREMA DE PICARD

UNA DEMOSTRACIÓN DEBIDA AL DOCTOR CARLOS BIGGERI

POR

C. C. DASSEN

Doctor en ciencias físico-matemáticas, etc.

Un número anterior de estos Anales ha publicado un trabajo sobre dicho tema de la demostración del segundo teorema de Picard. Según lo he explicado en una nota del *Boletín Matemático* (año 1940, págs. 256-260), circunstancias especiales me pusieron en el caso de tener que examinar detenidamente aquel trabajo y de consultar con un colega, el doctor Carlos Biggeri, especialista en Teoría de las Funciones, algunas objeciones que debían hacerse a aquella demostración destinada a los «jóvenes estudiosos». El doctor Biggeri accedió gentilmente a mi gestión y me remitió, con fecha 27 de agosto ppdo. una carta, la primera parte de la cual creí conveniente, en interés de dichos estudiosos, publicar, con el consentimiento del autor, en el referido *Boletín Matemático*.

Publico hoy en estos Anales la segunda parte de la carta, donde se encara a fondo el asunto y se hace ver, entre otras cosas, cómo puede conducirse la demostración de manera que la diferencia entre la demostración del primer teorema y la del segundo, estribe simplemente en un pasaje al límite. Por lo demás, todos mis reparos quedaron confirmados por el doctor Biggeri.

.....

« El método de Bloch para demostrar los dos teoremas de Picard, el teorema de Landau, etc., consiste en lo siguiente: dada una función, $f(z)$, holomorfa en un cierto recinto (este recinto es: todo el plano, excepto el punto del infinito, en el caso del primer teorema de Picard; un cierto entorno del punto singular esencial aislado, en el caso del segundo teorema; y en el teorema de Landau,

un cierto círculo) construir otra función, $h(z)$, uniforme y holomorfa en el mismo recinto, tal que, del hecho que la función $f(z)$ tenga dos valores excepcionales se infiera que la función $h(z)$ no cubra ningún círculo de radio arbitrariamente grande.

Bloch demostró el teorema de Landau, tomando:

$$h(z) = \log \frac{\sqrt{\log f(z) - 2\pi i} - \sqrt{\log f(z)}}{\sqrt{\log f(z) - 2\pi i} + \sqrt{\log f(z)}} \quad [4]$$

en su Nota de los « Comptes Rendus », y:

$$h(z) = \log (\sqrt{\log f(z) - 2\pi i} - \sqrt{\log f(z)}) \quad [5]$$

en su Memoria de los Annales de la Faculté des Sciences de l'Université de Toulouse (3ª serie, t. 17, 1925, p. 10-13).

Montel demostró el primer teorema de Picard, en su brillante curso dado, el año pasado, en Buenos Aires, tomando:

$$h(z) = \text{Arg. Ch.} \left(\frac{\log f(z)}{2\pi i} \right) = \log \left[\frac{\log f(z)}{2\pi i} + \sqrt{\left(\frac{\log f(z)}{2\pi i} \right)^2 - 1} \right] \quad [6]$$

En su memoria de los Annales de Toulouse, da Bloch dos demostraciones del teorema de Landau, en la segunda de las cuales utiliza, en lugar de logaritmos, una cierta integral elíptica, lo que le conduce a la siguiente mayoración:

$$R < \frac{12}{\delta \cdot |a_1|} \cdot |a_0|^{\frac{1}{2}} \cdot |a_0 - 1|^{\frac{2}{3}}, \quad [7]$$

siendo δ la constante de Bloch, y R un número tal que, en todo círculo de radio mayor que R y de centro en el origen, la función:

$$f(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots$$

($a_0 \neq 0$, $a_0 \neq 1$, $a_1 \neq 0$), o tiene un punto singular o toma el valor cero o toma el valor 1. (La mayoración [7] difiere de la que obtuvo Hurwitz, en 1904, mediante el empleo de la función modular, en un factor constante). De la mayoración [7], mediante un artificio y empleando el clásico teorema de Riemann (sobre las funciones uniformes, holomorfas y acotadas en el entorno de un punto), deduce Bloch el segundo teorema de Picard.

Evidentemente, puede demostrarse el segundo teorema de Picard tomando como función $h(z)$ ⁽¹⁾ la [4] o la [5] o alguna del tipo:

$$h(z) = \text{Arg. Ch.} \left(a \cdot \frac{\log f(z)}{2\pi i} + b \right), \quad [8]$$

siendo: $a \neq 0$, y, b números reales o complejos cualesquiera, (con: $\frac{b \pm 1}{a} = \text{entero}$), u otra deducida de [4] o de [5], (más adelante veremos que la [6] se deduce de [4] y de [5]), etc., pero, a los efectos de la demostración de los dos teoremas de Picard, mediante el teorema de Bloch, no tiene ningún interés el tipo de función $h(z)$ ⁽²⁾ que se utilice, lo esencial es lo dicho más arriba: que $h(z)$ sea uniforme y holomorfa en el mismo recinto en el cual lo es $f(z)$ y que si $f(z)$ tiene dos valores excepcionales, entonces $h(z)$ no cubra círculos de radios arbitrariamente grandes. En cambio, para la demostración del teorema de Landau, puede tener interés la función $h(z)$ que se utilice, pues la correspondiente mayoración del tipo [7] dependerá de la $h(z)$. He construido diversas funciones $h(z)$, esencialmente diferentes de [4], [5], [6] y [8], algunas de las cuales son más simples, otras más complicadas, pero todas ellas, como las mismas [4], [5], [6] y [8], de naturaleza elemental, y para cada una de ellas he determinado la mayoración, del tipo [7], en el teorema de Landau; mayoraciones que las creo interesantes, (pues en algunos casos son más estrechas que otras conocidas, expresadas con funciones elementales), aunque ninguna de ellas sea mejor que:

$$R \leq \frac{2 \cdot \mathcal{I} v(a_0)}{|a_1| \cdot |v'(a_0)|},$$

(siendo: $v(z)$ una determinación cualquiera de la función inversa de la función modular elíptica, y, $\mathcal{I} v(z)$ su parte imaginaria). Más adelante, si la oportunidad se presenta, le hablaré de estas cosas, por el momento, para no alargar demasiado esta carta, me limitaré a los teoremas de Picard.

Más arriba le decía: puede conducirse la demostración de modo tal que la diferencia entre la demostración del primer teorema y la del segundo, estribe simplemente en un paso al límite ⁽³⁾, (se sobreentiende que, al hablar del primer teorema de Picard nos referimos

a las funciones enteras *trascendentes*). Para probar esto, le expondré, primeramente, la siguiente demostración del segundo teorema de Picard, en la cual imponemos a $h(z)$ una cierta hipótesis restrictiva ⁽⁴⁾ (detallada más adelante), con el objeto de hacer extendible ⁽⁵⁾, al segundo teorema, la demostración, dada por Montel, del primer teorema. Esta demostración (salvo el problema de la *unifor-*
mización de $h\left(\frac{1}{z}\right)$ en un recinto simplemente conexo que con-

tenga al origen, $z=0$) es del mismo tipo que las dadas por Bloch y Montel y difiere de ellas en algunos detalles de exposición. Asígnele usted un interés didáctico. Podría tomar como función $h(z)$ una, muy sencilla, esencialmente distinta de las [4], [5], [6] y [8], por ejemplo:

$$h(z) = \log \left(1 + \sqrt[2]{\frac{\log f(z)}{2\pi i}} \right),$$

eligiendo, para la raíz cuadrada la determinación que se reduce a valores reales y positivos para valores reales y positivos de la cantidad sub-radical y para los logaritmos las determinaciones que se reducen a valores reales para valores reales y positivos de las cantidades bajo los signos de logaritmos, en cuyo caso, sin ningún cálculo complementario, se ve de inmediato que, si 0 y 1 son valores excepcionales para la función holomorfa $f(z)$, todos los valores de las formas:

$\alpha + 2k\pi i$; siendo: $\alpha =$ número real ≤ 0 , arbitrariamente fijado, y:

$$\log(1 + \sqrt{n}) + 2k\pi i,$$

con:

$$n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$$

y:

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots$$

son también valores excepcionales para la función holomorfa $h(z)$. Pero, como le dije más arriba, no tiene interés el tipo de función $h(z)$ ⁽²⁾, que se tome para demostrar los dos teoremas de Picard. Por tal razón, partiré de la [5]; pero, eso sí, para mayor comodidad, tomaré precisamente:

$$h(z) = \log \left(\sqrt{\log f(z)} + \sqrt{\log f(z) - 2\pi i} \right) \quad [9]$$

la cual, salvo el signo, difiere de la [5] en una constante.

He aquí, entonces, la demostración del teorema: Sea $f(z)$, función analítica y uniforme en un entorno del punto singular esencial aislado, z_0 . En todo entorno de este punto, la $f(z)$ toma todos los valores, incluso el infinito, excepto a lo sumo dos.

Como es bien sabido, este teorema quedará probado si logramos demostrar: es imposible que exista un número fijo $R > 0$, tal que, para todo z finito, con $|z| > R$, la $f(z)$ sea holomorfa y que $f(z)$ no tome los valores 0 y 1, siendo $z_0 \equiv \infty$ punto singular esencial para $f(z)$. Demostremos esto por reducción al absurdo; es decir, supongamos que: en todo punto, z , finito del recinto:

$$|z| > R,$$

$f(z)$ es uniforme y holomorfa, y además: $f(z) \neq 0$, y, $f(z) \neq 1$; siendo $z_0 \equiv \infty$, punto singular esencial (aislado) para $f(z)$.

Fijemos en [9] una determinación para cada una de las dos raíces cuadradas y una determinación para cada uno de los dos logaritmos, y consideremos la función uniforme, $h(z)$, que así resulta, en términos más precisos: $h(z)$ resulta, de tal modo, por de pronto, uniforme en cada recinto simplemente conexo, interior al $|z| > R$, que no contenga al punto $z_0 \equiv \infty$. La hipótesis restrictiva (⁶), de la cual hablamos más arriba, es la siguiente: $h(z)$ es uniforme en el entorno del punto $z_0 \equiv \infty$. Notemos que esta hipótesis exige, por de pronto, que la singularidad del punto $z_0 \equiv \infty$ para $f(z)$ sea esencial (quedando, por consiguiente, desde ya, excluidas las funciones con singularidades polares en el infinito (⁷)). He aquí, entonces, donde interviene el hecho de que la singularidad del punto $z_0 \equiv \infty$, para $f(z)$, no es polar. Observemos, siguiendo a Bloch, que, cualesquiera que sean las determinaciones tomadas para las raíces cuadradas y para los logaritmos, de la triple hipótesis: en todo punto, z , finito del recinto $|z| > R$, $f(z)$ es holomorfa, $f(z) \neq 0$, y, $f(z) \neq 1$, se deduce que: en todo punto, z , finito del recinto $|z| > R$, la función $h(z)$ es holomorfa y no toma para ningún z , finito, del mismo recinto, ningún valor de la forma:

$$\pm \log(\sqrt{n} + \sqrt{n-1}) + \frac{1}{2} \cdot \log(2\pi i) + 2k\pi i, \quad [10]$$

siendo:

$$n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$$

y:

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots$$

Ahora bien; puesto que, como es evidente, existe un número fijo positivo (el cual, seguramente, es menor que 9), tal que todo círculo situado en el plano $h(z)$, cuyo radio es igual a dicho número, contiene en su interior, por lo menos, un punto cuyo afijo es de la forma [10], si ε es un número positivo fijo arbitrariamente prefijado, tomando:

$$|z| > \frac{9}{\delta \cdot \varepsilon} + 1 + R,$$

se verifica, en virtud del teorema de Bloch:

$$|h'(z)| < \varepsilon$$

de donde:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} h'(z) = 0. \quad [11]$$

El punto $z_0 \equiv \infty$ no puede ser polo para $h'(z)$, ($h'(z)$ es *uniforme* y holomorfa en el entorno de $z_0 \equiv \infty$, puesto que $h(z)$ es *uniforme* y holomorfa en el entorno del mismo punto), porque si lo fuese, se tendría:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} h'(z) = \infty$$

lo que es un absurdo, por contradecir a la [11]; tampoco $z_0 \equiv \infty$ puede ser punto singular esencial para $h'(z)$, porque si lo fuese, en virtud del teorema de Casorati-Weierstrass, habrían en todo entorno de $z_0 \equiv \infty$, puntos en los cuales sería:

$$|h'(z)| > 1$$

lo que, también, es un absurdo, por contradecir a la [11].

Por lo tanto, $h'(z)$ es regular y nula en $z_0 \equiv \infty$.

Escribamos el desarrollo de Laurent de $h(z)$ en $z_0 \equiv \infty$ (lo que es lícito, pues, $h(z)$ es *uniforme* y holomorfa en el entorno de $z_0 \equiv \infty$):

$$h(z) = \sum_{n=2}^{\infty} a_n \cdot z^n + a_1 \cdot z + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n}{z^n}, \quad [12]$$

de donde:

$$h'(z) = \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot a_n \cdot z^{n-1} + a_1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n \cdot b_n}{z^{n+1}}. \quad [13]$$

Por ser $z_0 \equiv \infty$ regular para $h'(z)$, se tiene:

$$a_n = 0 \quad , \quad \text{para: } n \geq 2. \quad [14]$$

De [13] y [14] se deduce:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} h'(z) = a_1. \quad [15]$$

De [11], [12], [14] y [15] se infiere que, el desarrollo de Laurent de $h(z)$ en $z_0 \equiv \infty$, se reduce a:

$$h(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n}{z^n},$$

o sea, el punto $z_0 \equiv \infty$ es regular para $h(z)$; por lo tanto, dicho punto será también regular para:

$$f(z) = e^{\left[\frac{1}{2} \cdot e^{h(z)} + \pi i \cdot e^{-h(z)} \right]^2},$$

lo que es un absurdo. El segundo teorema de Picard queda, por consiguiente, demostrado.

Ahora bien; consideremos el primer teorema de Picard. Supongamos que: $f(z)$ sea una función entera, no constante, que no tome los valores 0 y 1. En tales hipótesis, (por de pronto: $h(z)$ es *entera*), se puede asegurar que, no solamente se verifica la [11], sino, también, la siguiente:

$$h'(z) = 0. \quad [16]$$

En efecto, sea τ un número arbitrario positivo, independiente de z . En virtud del teorema de Bloch, se tiene:

$$|h'(z)| < \frac{9}{\tau \cdot \delta},$$

de donde:

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} h'(z) = 0, \quad [17]$$

y puesto que z es independiente de τ , según [17] es:

$$h'(z) = 0, \quad [18]$$

por lo tanto: $h(z)$ y $f(z)$ son constantes, lo que es un absurdo; quedando, así, demostrado el primer teorema de Picard. Si mal no recuerdo, creo que en esta forma, tomando como función $h(z)$ la [6], demostró Montel el primer teorema de Picard en su curso dado, el año pasado, en Buenos Aires.

En resumen; aplicando el teorema de Bloch, de las hipótesis: $f(z)$ es holomorfa en un entorno del punto $z_0 \equiv \infty$, el cual es singular esencial para $f(z)$, $f(z)$ no toma en un entorno de $z_0 \equiv \infty$ ni el valor 0 ni el valor 1, se deduce:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} h'(z) = 0; \quad [11]$$

y de las hipótesis: $f(z)$ es entera no constante y no toma ni el valor 0 ni el valor 1, se deduce:

$$h'(z) = 0; \quad [18]$$

aquellas hipótesis son las que se hacen para demostrar por reducción al absurdo el segundo teorema de Picard y éstas son las que se hacen para demostrar por reducción al absurdo el primer teorema de Picard, (la [11] implica el absurdo: $z_0 \equiv \infty$ es regular para $f(z)$, y la [18] implica el absurdo: $f(z)$ es constante). He probado, por consiguiente, lo que le decía a usted más arriba: puede conducirse la demostración de modo tal que la diferencia entre la demostración del primer teorema y la del segundo, estribe simplemente en un paso al límite.

Más arriba le dije, que la [6] se deduce de [4] y [5]. Veamos en qué consiste esta afirmación. Si ponemos:

$$g(z) = \sqrt{\frac{\log f(z)}{2\pi i}};$$

se tiene: la función [4] está ligada con $g(z)$ mediante la relación:

$$h(z) = \pi i - 2 \cdot \log [g(z) + \sqrt{g^2(z) - 1}],$$

lo que prueba que: si 0 y 1 son valores excepcionales para $f(z)$, todos los valores de la forma:

$$\pi i \pm 2 \cdot \log [n + \sqrt{n^2 - 1}] + 2k\pi i, \quad k = \text{entero},$$

son excepcionales para $h(z)$, o bien:

$$\pm \log [n + \sqrt{n^2 - 1}] + 2k\pi i, \quad [19]$$

son excepcionales para:

$$\frac{h(z) - \pi i}{2};$$

y téngase en cuenta que: todo valor de la forma [19] es excepcional para la [6]; entonces: si del conjunto de valores excepcionales de [4], tomamos un *cierto* sub-conjunto, (que se determina de inmediato), y lo sometemos a la traslación definida por el vector $-\pi i$ y luego a una homotecia, de centro en el origen, y de razón $\frac{1}{2}$, se obtiene un conjunto de valores excepcionales para la [6]. Análoga observación cabe hacer respecto de [6] y de [5]; en efecto, basta observar que, la función [5] está ligada con $g(z)$, por la relación:

$$h(z) = \frac{1}{2} \cdot \log(2\pi) + \frac{5}{4} \pi i - \log[g(z) + \sqrt{g(z) - 1}].$$

.....

(1) Cuando, para demostrar el *segundo* teorema de Picard basándose en el teorema de Bloch, se introducen funciones $h(z)$ deducidas de la $f(z)$ mediante logaritimación (simple o reiterada), como ser las [4], [5], [6], [8] y [9], se presenta, (si se desea trasladar al *segundo* teorema, la demostración dada por Montel del *primer* teorema), un delicado problema de uniformización; a saber: si la función $f(z)$, uniforme y holomorfa en un entorno del punto singular esencial (aislado) z_0 , no toma ni el valor 0 ni el valor 1, ¿será posible, entonces, uniformizar la función $h(z)$ en un entorno de dicho punto? Precisamente, la ventaja de la demostración dada por Bloch del segundo teorema de Picard, utilizando la mayoración [7], reside en que, se ve *inmediatamente* que las funciones:

$$\frac{z^6 \cdot \overline{f'(z)}^6}{f^8(z) \cdot [f(z) - 1]^4}, \quad \text{y}, \quad \frac{z^6 \cdot \overline{f'(z)}^6}{f^5(z) \cdot [f(z) - 1]^4},$$

son *uniformes* en un entorno de z_0 . [De la uniformidad, holomorfismo y acotación de estas dos últimas funciones, en el entorno de z_0 (inferidas de la uniformidad, del holomorfismo de $f(z)$, de $f(z) \neq 0$, de $f(z) \neq 1$, en dicho entorno, y del teorema de Landau, expresado éste mediante la mayoración [7]), se deduce la regularidad del punto z_0 , para tales funciones, en virtud del teorema de Riemann (el cual es aplicable, precisamente, porque tales funciones, además de holomorfas y acotadas,

son *uniformes* en un entorno de z_0). Y de la regularidad del punto z_0 , para dichas funciones, se deduce que z_0 es regular o polo para $f^2(z)$, lo que es un absurdo, pues z_0 es una singularidad esencial para $f(z)$. Naturalmente que, tal problema de uniformización (de $h(z)$ en un entorno de z_0) no se presenta en la demostración del *primer* teorema de Picard, pues, si la función entera $f(z)$, cumple las condiciones: $f(z) \neq 0$, $f(z) \neq 1$, las funciones $h(z)$, definidas por [4], [5], [6], [8] y [9] son enteras, (además de que, la solución afirmativa de tal problema de uniformización es, en este caso, *inmediata*, no tiene interés para la demostración, basada en el teorema de Bloch, del *primer* teorema de Picard, pues en esta demostración no se aplica ni el teorema de Riemann, ni el de Laurent, en z_0 ; y, precisamente, para poder aplicar tales teoremas es por lo que hay que asegurarse, aparte de la holomorfia, la *uniformidad* de $h(z)$ en un entorno de z_0).

(2) Se sobreentiende que, al decir esto, descontamos el problema, que puede presentarse, (según la expresión algorítmica que ligue $h(z)$ con $f(z)$), de la uniformización de $h(z)$ en un entorno de z_0 .

(3) Salvo, evidentemente, el mencionado problema de uniformización; pues la solución de tal problema es la *única* complicación que se presenta al demostrar el *segundo* teorema *correlativamente* a la forma en que Montel demostró el *primer* teorema, empleando el teorema de Bloch.

(4) Imponemos tal hipótesis restrictiva con el simple objeto de *abreviar* la demostración; (véase nota sexta).

(5) Es decir, para verificar, de manera lo más clara posible, que, salvo la uniformización de $h(z)$ en un entorno de z_0 , las demostraciones de los dos teoremas de Picard, empleando el teorema de Bloch, son casi análogas; (véase nota sexta).

(6) Hacemos esta hipótesis restrictiva, a saber: $h(z)$ se puede uniformizar en un entorno de $z_0 \equiv \infty$, (o sea: $h\left(\frac{1}{z}\right)$ se puede uniformizar en un recinto simplemente conexo que contenga en su interior al origen, $z = 0$), *para brevedad de la demostración*. En efecto; si $f(z)$ satisface a las condiciones (que se le imponen para demostrar por reducción al absurdo el segundo teorema):

- a) en todo punto finito del recinto $|z| > R$, $f(z)$ es uniforme y holomorfa;
- b) en ningún punto finito del recinto $|z| > R$, se verifica:

$$f(z) = 0, \quad \text{o}, \quad f(z) = 1;$$

c) el punto $z_0 \equiv \infty$ es singular esencial (aislado) para $f(z)$; entonces, $h\left(\frac{1}{z}\right)$ se puede uniformizar en un recinto simplemente conexo que contenga en su interior al origen, $z = 0$, (es decir, $h(z)$ se puede uniformizar en un entorno de $z_0 \equiv \infty$), lo que se demuestra combinando (laboriosamente) ciertas propiedades de la teoría de funciones; (véase nota séptima). Cabe señalar que la demostración de la *posibilidad de uniformización* de $h\left(\frac{1}{z}\right)$ en un recinto simplemente conexo que contenga en su interior al origen, $z = 0$, si $f(z)$ cumple las tres condiciones a), b) y c), no es tan sencilla como la del teorema demostrado al comienzo de esta carta, a saber:

« si z_0 es un polo de la función analítica y uniforme $g(z)$, en un cierto entorno del punto z_0 , la función $g(z)$ toma todos los valores arbitrariamente prefijados de módulos suficientemente grandes », puesto que, en realidad, este teorema (cuyo enunciado acabamos de repetir) es un corolario de propiedades fundamentales de las funciones analíticas.

[Poseo otra demostración del segundo teorema, que quizás la publicaré más adelante, en la cual introduzco las funciones:

$$g(z) \equiv \frac{\log f(z)}{2\pi i} ; \quad \alpha(z) \equiv \frac{z^2 \cdot \overline{g'(z)}^2}{g(z) \cdot [g(z) - 1]} ;$$

$$\beta(z) \equiv \frac{z^2 \cdot \overline{g'(z)}^2}{[g(z) - 1] \cdot [g(z) - 2]} ; \quad \gamma(z) \equiv \frac{\alpha(z)}{\beta(z)} .$$

Aquí, también, un punto fundamental, es la uniformización de $g(z)$, (y por lo tanto de $\alpha(z)$, $\beta(z)$ y $\gamma(z)$), en un entorno de $z_0 \equiv \infty$, o sea: la uniformización de $g\left(\frac{1}{z'}\right)$, $\left(\text{de } \alpha\left(\frac{1}{z'}\right), \beta\left(\frac{1}{z'}\right) \text{ y } \gamma\left(\frac{1}{z'}\right)\right)$, $\left(z' = \frac{1}{z}\right)$, en un recinto simplemente conexo que contenga en su interior al origen, $z' = 0$. La posibilidad de tal uniformización es consecuencia de las tres hipótesis impuestas a $f(z)$. (Como complemento interesante, obsérvese que: si $z_0 \equiv \infty$ es polo para $f(z)$, tal uniformización es imposible, aunque $f(z)$ satisfaga a las condiciones a) y b), pues, en tal caso, se tiene:

$$g(z) = g\left(\frac{1}{z'}\right) = -\frac{p}{2\pi i} \cdot \log z' + \xi(z'),$$

siendo: p el orden del polo $z_0 \equiv \infty$, $z' = \frac{1}{z}$, y, $\xi(z')$ una función uniforme y holomorfa en el origen, $z' = 0$].

Lo que acabamos de decir para la función $h(z)$ definida por [9], es aplicable a las funciones $h(z)$ definidas por [4], [5], [6] y [8].

(7) En efecto, si $z_0 \equiv \infty$ es polo para $f(z)$, entonces, es imposible uniformizar la función $h(z)$ en un entorno de $z_0 \equiv \infty$. (Tengamos presente que, por ser z_0 un polo para $f(z)$, esta función satisface a las condiciones a) y b), véase nota sexta, tomando R suficientemente grande). Supongamos que $h(z)$ se pueda uniformizar en un entorno de $z_0 \equiv \infty$. En tal hipótesis, la función:

$$\log f(z) = \left[\frac{1}{2} \cdot e^{h(z)} + \pi i \cdot e^{-h(z)} \right]^2$$

también sería uniformizable en un entorno de $z_0 \equiv \infty$, pero, esto es un absurdo, pues, poniendo: $z' = \frac{1}{z}$, en un entorno suficientemente pequeño del origen, $z' = 0$, (excluido el mismo origen), se verifica:

$$\log f\left(\frac{1}{z'}\right) = -p \cdot \log z' + \theta(z'),$$

siendo: p el orden del polo $z_0 \equiv \infty$, para $f(z)$, y $\theta(z')$ una cierta función *uniforme* y regular en todo punto de un entorno suficientemente pequeño de $z' = 0$.

Análoga observación cabe hacer para las funciones $h(z)$ definidas por [4], [5], [6] y [8].

.....

(Fdo.) : C. BIGGERI ».

En la carta del Dr. Biggeri hay otras consideraciones sobre el teorema de Bloch y los distintos tipos de demostraciones del teorema de Picard, luego de las cuales da otra demostración, (que se publicará oportunamente), del segundo teorema de Picard, fundándose en el de Bloch, utilizando una función $h(z)$, esencialmente distinta de las anteriores, (en ella intervienen integrales elípticas, en lugar de logaritmos).

El Dr. Biggeri nos ha manifestado, también, que tiene en preparación otro trabajo relacionado con estos temas, y en particular, con el teorema de Landau y con los puntos y rectas de Julia. Algunos de ellos están ligados con las ideas de Bloch y otros con las de Borel.

EL CALCULO ESTATICO EXACTO DE EXSTRUCTURAS RIGIDAS

POR

OTTO GOTTSCHALK

INTRODUCCIÓN. — El desarrollo lógico y eficaz de las investigaciones en estática no puede prescindir de la intuición y del visible experimento, según generalmente se consideran como base lógica y natural en ciencias naturales aplicadas. El cálculo estático correcto de estructuras elásticas, cuyos elementos se presentan en forma sucinta en este trabajo, se impone por las investigaciones experimentales llevadas a cabo desde hace años por el autor y publicadas en ésta y otras revistas indicadas al final.

Como ejemplo de lo afirmado al comienzo sirva el problema de las vigas cruzadas que prácticamente afecta a toda estructura con entrepisos o bóvedas; el análisis correcto mecano-geométrico de semejante problema revela relaciones estáticas no consideradas hasta ahora y que conducen a importantes mejoras de economía y resistencia a cargas e impactos a la vez que forman una base exacta para el análisis de losas con armadura cruzada con o sin vigas

Las ecuaciones sencillísimas [1] a [4], cuya derivación se ha explicado en publicaciones anteriores ⁽¹⁾ y los esquemas de los experimentos típicos ilustrados más abajo son todo el fundamento teórico exigido en lugar del enorme volumen de los métodos abstractos hasta ahora en uso y cuya abultada aritmética distrae la atención del profesional de la estructura misma. En ejemplos numéricos se explica la fácil determinación y la conveniencia de los puntos fijos y la posibilidad de analizar estructuras compuestas como suma de problemas rectilíneos.

⁽¹⁾ Lista de publicaciones del autor al final del trabajo.

DEFINICIÓN DEL CÁLCULO ESTÁTICO CORRECTO. — Para que el cálculo estático sea correcto, vale decir lógico, es necesario considerar enteramente aparte la estructura y las cargas con las tensiones que producen. Es evidente que las cargas son entidades completamente distintas de las estructuras y es precisamente una fuente de interminables complicaciones y confusiones la insistencia con que en el corriente concepto abstracto de la estática se tratan las cargas como si formaran parte de la estructura, analizando así matemáticamente juntas unidades tan heterogéneas.

Otra condición imprescindible para el cálculo correcto es que las estructuras, como sistemas geométricos, deben analizarse por métodos netamente geométricos. Conociendo como en todo cálculo elástico los largos L y el momento de inercia I y, por ende, la rigidez específica $k = I/L$ de todos los miembros, marcamos en los extremos de los mismos en el mismo plano los coeficientes de transmisión de rotaciones m y m' (ecuación [1]) y la rigidez relativa [2] e imaginamos un desplazamiento unitario en la sección cuya tensión se pide. De este modo obtenemos la rotación en los nudos de la estructura o sea las tangentes $\theta_A = f'/L$ en A y $\theta_B = f/L$ en B a la línea de influencia en cada tramo AB , que no permiten calcular las ordenadas y en sección cualquiera donde actúan cargas P con la sencilla ecuación [3] y como producto Py la tensión producida por carga P cualquiera.

Por su importancia fundamental resumamos, pues, como condiciones básicas de un cálculo estático correcto y de un sano criterio de todo método de análisis estructural:

1. El cálculo estático de estructuras se efectúa en dos operaciones enteramente separadas: El análisis de la estructura y el cómputo de las tensiones producidas por cargas.

2. El análisis estructural es una operación estrictamente geométrica basada sobre las ecuaciones [1] al [4] citadas más abajo y aplicada de acuerdo con las condiciones de equilibrio y relaciones geométricas en modelos deformados, cuyos esquemas enseñan las figuras 3, 5 y 7.

EL ANÁLISIS GEOMÉTRICO DE LAS ESTRUCTURAS. — Supónganse estructuras, cuyos miembros sean rectos y de sección constante cada uno y cuyas deformaciones debidas a tensiones axiales o de corte son pequeñas; contrario a los trabajos anteriores semejantes

miembros pueden correr en dirección vertical u horizontal o bajo cualquier inclinación.

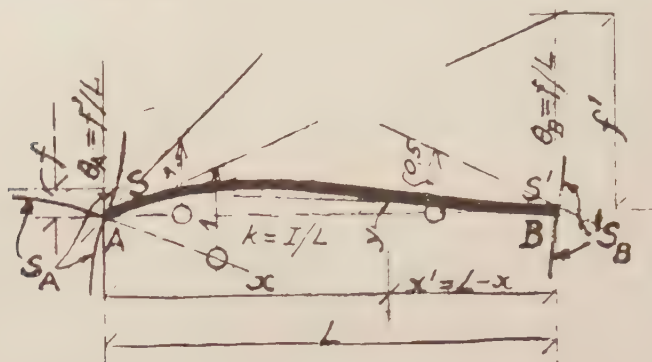


Fig. 1. — Línea de influencia general. Rotación "1" en A.

Sea en la fig. 1:

$k = I/L$ la rigidez específica del miembro AB;

f y f' los segmentos en A y B de las tangentes en B y A y que determinan la curva AB.

$\theta_A = f'/L$ y $\theta_B = f/L$ rotaciones de las tangentes en A y B;

$m = f/f'$ y $m' = f'/f$ cuocientes que oscilan entre +1 y -1;

S y S' la resistencia de AB a la rotación en A y B.

S_A y S_B la suma de los S de los miembros ligados con AB en A y B, sin S y S' de AB.

$K_A = S + S_A$ y $K_B = S' + S_B$ resistencia total a la rotación en A y en B;

x y $x' = L - x$ abscisas de A y de B.

y = ordenada en x , h = ordenada en el centro de AB, y_m = ordenada media de AB;

i e i' ordenada en $L/3$ y $2L/3$;

e y $e' = L - e$ abscisas de A y de B del punto de inflexión.

P_d = fuerza exigida para desplazar A con respecto a B o viceversa.

De mis trabajos anteriores resultan las siguientes ecuaciones fundamentales:

$$m = f/f' = 0,5 k/(S_B + k) \text{ y } m' = f'/f = 0,5 k/(S_A + k) \quad [1]$$

$$S/k = 1 - 0,5 m \text{ y } S'/k = 1 - 0,5 m' \quad [2]$$

$$y = xx' (xf + x'f')/L^3 \quad [3]$$

$$P_d = 6 E k (f' - f)/L^2 \quad [4]$$

Las cuatro ecuaciones sencillas [1] al [4], fácilmente aprendidas de memoria, son toda la armadura matemática exigida para el análisis geométrico natural de estructuras.

Es interesante recordar que hasta las más útiles de las « simplificaciones » de la estática clásica se basan sobre propiedades geométricas de las curvas de deformación tomadas en cuenta automáticamente en el análisis geométrico.

Sea mencionado como ejemplo la « distribución de momentos » del Prof. Hardy Cross ⁽²⁾, uno de los métodos de más mérito dentro del concepto abstracto de la estática clásica; se verá fácilmente que el « factor de momento inducido » del Prof Cross es idéntico con nuestro $m = f/f'$ (ecuación [1]), y que nuestros valores S (ecuación [2]) toman el lugar de las largas series de equilibración de momentos flectores.

Otro de muchos ejemplos es el método de perpendiculares cruzadas ⁽³⁾, ampliamente empleado para determinar puntos fijos en estructuras continuas a que se referirá en un capítulo posterior.

VALORES ESPECIALES DE LAS ECUACIONES FUNDAMENTALES. — De las ecuaciones [1] a [3] resultan, además:

$$h = (f + f')/8 = 9 (i + i')/16 \quad [5]$$

$$y_m = 2 h/3 = (f + f')/12 = 3 (i + i')/8 \quad [6]$$

$$i = 2 (f + 2 f')/27; i' = 2 (2 f + f')/27 \quad [7]$$

$$f = 9 (i' - i/2), f' = 9 (i - i'/2) \quad [8]$$

$$e = L (2 - m)/3 (1 - m) \quad [9]$$

La abscisa e puede determinarse gráficamente como la intersección de una línea recta trazada por los puntos $L/3$ de las tangentes en A y en B con el eje AB . Sea recordado asimismo que la tangente en el centro de AB es la recta entre $f'/4$ en A y $f/4$ en B .

Casos especiales de la línea de influencia AB resultan según la Tabla N° 1.

⁽²⁾ « Análisis de estructuras continuas (Aplicaciones del Método de Cross »), por el Ing. LUIS GIORGI, *Revista de Ingeniería*, Asociación Politécnica del Uruguay, Montevideo, 1932, Marzo, p. 71, y Mayo, p. 153.

⁽³⁾ MULLER-BRESLAU, Leipzig, tomo II, parte 2.

TABLA N° 1

Casos especiales de líneas de influencia

Viga AB	m	m'	S/k	S'/k	uL^3	h	u_m	e/L
Libre en A. .	—	0,5	—	0,75	$xx' f (L+x)/2$	$3 f/16$	$f/8$	0
Libre en B. .	0,5	—	0,75	—	$xx' f' (L+x')/2$	$3 f'/16$	$f'/8$	1
Empotr. en A	—	0	—	1	$x^2 x' f$	$f/8$	$f/12$	1/3
Empotr. en B	0	—	1	—	$xx'^2 f'$	$f'/8$	$f'/12$	2/3
$f = f'$. .	1	1	0,5	0,5	$xx' fL$	$f/4$	$f/6$	—
$f = -f'$. .	-1	-1	1,5	1,5	$xx' f (x-x')$	0	0	0,5

RELACIONES ENTRE DEFORMACIONES Y MOMENTOS FLECTORES. — Aunque tensiones o funciones de tensiones abstractas no entran en el análisis correcto de estructuras se citan abajo las ecuaciones [10] al [15] a título informativo para facilitar estudios comparativos. Sean M_A y M_B momentos flectores en A y en B (fig. 1) que corresponden a las rotaciones θ_A y θ_B , respectivamente, y sean $n = M_A/M_B$ y $n' = M_A/M_B$:

$$\theta_B = f/L = (M_A + 2 M_B)/6 Ek \quad , \quad \theta_A = f'/L = (2 M_A + M_B)/6 Ek \quad [10]$$

$$f = (M_A + 2 M_B)/6 EkL \quad ; \quad f' = (2 M_A + M_B)/6 EkL \quad [11]$$

$$\left. \begin{aligned} m &= (M_A + M_B)/(2 M_A + M_B) = (n + 2)/(2n + 1) \\ m' &= (2 M_A + M_B)/(M_A + 2 M_B) = (2n + 1)/(n + 2) \end{aligned} \right\} \quad [12]$$

$$M_A = 2 Ek (2 f' - f)/L \quad ; \quad M_B = 2 Ek (2 f - f')/L \quad [13]$$

$$S/k = 3 n/8 (2 h + 1) \quad ; \quad S'/k = 3/8 (2 + n) \quad [14]$$

$$e/L = n/(n - 1) \quad ; \quad e'/L = 1/(1 - n) = n'/(n' - 1) \quad [15]$$

LOS DESPLAZAMIENTOS « 1 ». — En la fig. 2 se enseñan las definiciones geométricas de los desplazamientos unitarios. Las líneas gruesas se refieren a la viga AB simple, las líneas cortadas a las curvas por empotramiento o continuidad en los apoyos.

Desplazando de l , en dirección vertical al apoyo A, dejando en su lugar los demás apoyos de la estructura (fig. 2 a) impone curvas a la última que forman la línea de influencia de la reacción R_A . Corriendo de « 1 » en dirección transversal los apoyos y nudos de la

estructura a la izquierda de una sección E cualquiera dejando en su lugar aquéllos a la derecha de E (fig. 2 b) se produce la línea de influencia de corte S_E . Finalmente, girándose de $a/a = 1$ la parte EA con respecto a EB (fig. 2 c), sin alterar A y B , resulta la línea de influencia de momentos flectores M_E .

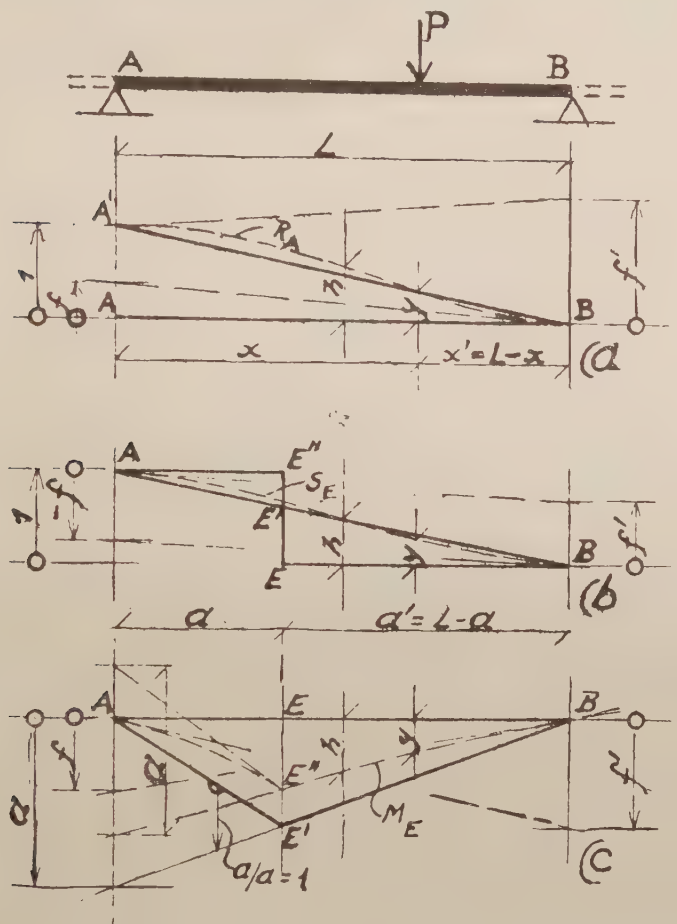


Fig. 2. — Desplazamiento « 1 » para (a), reacción R_A , (b) corte S_E , y (c), momento flector M_E .

ORDENADAS DE LÍNEAS DE INFLUENCIA COMBINADAS. — Las ecuaciones de las líneas de influencia así obtenidas se han compilado en la tabla N° 2; las ordenadas de las líneas de influencia para la viga simple resultan cuando en aquellas ecuaciones son: para R_A (fig. 2 a) $f = 1$, $f' = 0$; para S_E (fig. 2 b) $f = 0$, $f' = 0$, y para M_E (fig. 2 c) $f = a$ y $f' = a'$.

TABLA N° 2

Ordenadas de líneas de influencia combinadas (fig. 1 y 2)

Tipo de curva de influencia	fig.	Ordenada general y	h en el centro	v_m medio
General . .	1	$xx' (xf + x'f')/L^3$	$(f + f')/8$	$(f + f')/12$
Reacciones.	2 a	$R_A: x' [1 + x (xf + x'f')/L^2]/L$ $R_B: x [1 + x' (xf + x'f')/L^2]/L$	$(4 + f + f')/8$	$(5 + f + f')/12$ $= \frac{2}{3}h + \frac{1}{6}$
Corte S_E	2 b	$x < a:$ $-x/L + N$ $\therefore N = xx' (xf + x'f')/L^3$ $x > a:$ $x'/L + N$	$a < a':$ $(4 + f + f')/8$ $a > a':$ $(-4 + f + f')/8$	$\frac{a' - a}{2L} + \frac{f + f'}{12}$ $= \frac{1}{6} + \frac{2}{3}h - \frac{a}{L}$
Momento flector M_E general	2 c	$a < a:$ $a'x/L - N$ $\therefore N = xx' [(a - f)x + (a' - f')x']/L^3$ $x > a:$ $ax'/L - N$ $x = a:$ $aa' (2aa' + af + a'f')/L^3$	$a < a':$ $a/2 - N$ $a > a':$ $a'/2 - N$ $\therefore N = (f + f' - L)/8$	$a < a':$ $\frac{2}{3}h - \frac{a}{6L} (3a - L)$ $a > a':$ $\frac{2}{3}h - \frac{a'}{6L} (3a' - L)$
Momento flector en centro $a = a' = 0,5L$	2 c	$x < 0,5L:$ $0,5x - N$ $\therefore N = \frac{xx'}{L^3} \left(\frac{L^2}{2}fx - f'x' \right)$ $x > 0,5L:$ $0,5x' - N$	$(L + f + f')/8$	$(L + 2f + 2f')/24$ $= \frac{2}{3}h - \frac{L}{24}$

ANÁLISIS MECÁNICO CORRECTO. — En publicaciones anteriores ⁽¹⁾ el autor ha explicado el análisis por medio del modelo y el instrumento « Continostat Gottschalk » ideado por él para poder trabajar correctamente con deformaciones relativamente grandes y bien visibles, de modo que a los propósitos de este artículo será suficiente presentar los esquemas de unos ejemplos típicos (fig. 3, 5 y 7) para guiar la buena aplicación del análisis geométrico y para probar la conveniencia y necesidad del cálculo estático correcto y natural. Se recomienda, pues, tener presente las figuras 3, 5 y 7 para aplicaciones numéricas.

ANÁLISIS DE MOMENTOS FLECTORES. — Uno de los dispositivos más útiles ideado por el autor para el análisis mecánico visible, ya

sea con modelos reales o imaginarios, es la grampa de momentos flectores, que junta rígidamente dos cintas elásticas bajo un ángulo que corresponde a la rotación « 1 »; semejante ángulo cambia poco dentro de una parte relativamente grande del tramo AB , en posición simétrica es de $126^{\circ} 52'$. Trazándose, pues, la línea de influencia correcta de momentos flectores se supone la viga como quebrada bajo aquel ángulo, colocando el vértice en la sección cuyo momento se pide (fig. 3).

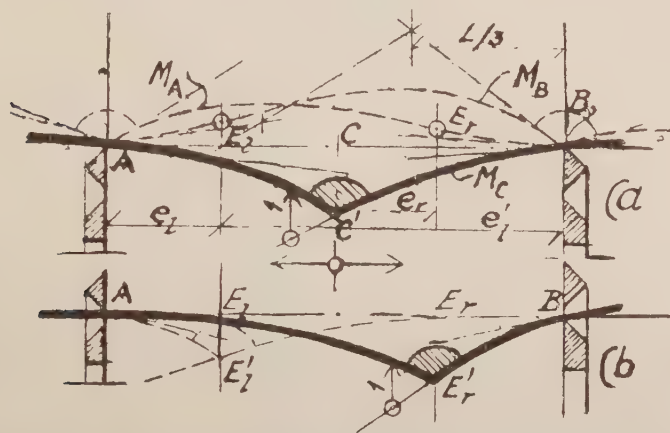


FIG. 3. — Puntos fijos como (a), puntos de inflexión de líneas de influencia de M_B y M_A , respectivamente; (b), secciones E_L y E_R donde las tangentes en B y A corren horizontal.

Obtenida la línea de influencia M_C (fig. 3 a) en la manera recién indicada, resultan las siguientes relaciones entre las ordenadas i en $L/3$ e i' en $2L/3$ y las rotaciones extremas θ_A y θ_B :

$$i = L [3 + 4 (2 \theta_A + \theta_B)] / 54 ; i' = L [3 + 4 (\theta_A + 2 \theta_B)] / 54 \quad [16]$$

$$f/L = \theta_B = 9 (2 i - i') / 2 L - 1/4 ;$$

$$f' L = \theta_A = 9 (2 i' - i) / 2 L - 1/4 \quad [17]$$

Las ecuaciones [16] y [17] son convenientes para calcular tangentes en A y B a las líneas de influencia quebradas de « 1 » en el análisis mecánico tanto con deformaciones bien visibles como microscópicas.

PUNTOS FIJOS. — Mientras que la grampa de rotación (fig. 3 a) se encuentra en la parte central de la abertura AB las tangentes en A y B a la línea de influencia quedan inclinadas hacia abajo dentro de AB ; a medida que la grampa se acerca a uno de los extremos de AB la tangente en el extremo opuesto se levanta hasta

que en ciertas posiciones E_l cerca de A y E_r cerca de B corra horizontal en B y A , respectivamente, vale decir que las cargas verticales por la derecha de B no producen momento flector en E_l y las cargas verticales por la izquierda de A no producen momentos fletores en E_r y que E_l y E_r son los puntos fijos del tramo AB .

Según se desprende de la fig 3 a E_l y E_r son idénticos con los puntos de inflexión de las curvas de influencia de M_B y M_A , respectivamente, lo que nos permite ampliar la ecuación [9] para las abscisas de los puntos fijos según sigue:

$$\left. \begin{aligned} e_l &= \frac{1 - 2m'}{1 - m'} \times \frac{L}{3} = \frac{mr_A}{1 - r_B + mr_A} \\ e_r &= \frac{2 - m}{1 - m} \times \frac{L}{3} = \frac{1 - r}{1 - r_A + m'r_B} \end{aligned} \right\} \quad [18]$$

donde $r_A = S_A/K_A$ y $r_B = S_B/K_B$.

En la fig. 3 a se encuentra E_l en la intersección con el eje AB de la línea recta que pasa por los puntos $L/3$ y $2L/3$ de las tangentes rotándose en B y de igual modo para E_r rotándose en A . Semejante método sencillo como también las ecuaciones [18] sirven para valor cualquiera de S_A y S_B y especialmente cuando la sección de los tramos convecinos a AB es distinta del I_{AB} . Otra vez en este caso el análisis correcto geométrico sustituye ventajosamente el método clásico de las perpendiculares en $L/3$ cruzadas y otros métodos, que, además de requerir un considerable trabajo gráfico, generalmente valen únicamente para secciones iguales en todos los tramos. Más abajo, en la fig. 7, podrá apreciarse la gran importancia de los puntos fijos en el análisis de pórticos.

VIGAS Y LOSAS CRUZADAS. — Líneas correctas de influencia.

Sean AA' y BB' (fig. 4) dos vigas en un mismo plano horizontal, cruzando una con otra bajo ángulo recto o aproximadamente recto y ligadas rígidamente en E ; los largos de las vigas sean L_a y L_b y se piden las líneas de influencia de los momentos fletores M_a y M_b en E para cargas verticales.

En la fig. 5 a se enseñan los dos tramos AA' y BB' de la línea de influencia de M_a , obtenida rotando de « 1 » en E la cinta elástica que representa AA' ; la cinta AA' está apoyada hacia arriba en A y A' y su forma original, es decir sin la viga BB' , sea la curva quebrada dibujada en línea cortada. A distancia d debajo de AA' (fig.

5 a) colóquese una cinta recta que reproduzca la viga BB' , apoyada hacia abajo en B y B' . Pues bien, colocando un trozo de cinta de largo d verticalmente en el vértice de la grampa en E_a se empuja la cinta AA' por arriba y aquella BB' hacia abajo de modo que en las dos direcciones queda la flecha $E_a E'_a = y_a$; $AE'_a A'$ y $BE'_a B'$, pues son los dos tramos de la línea de influencia M_a .

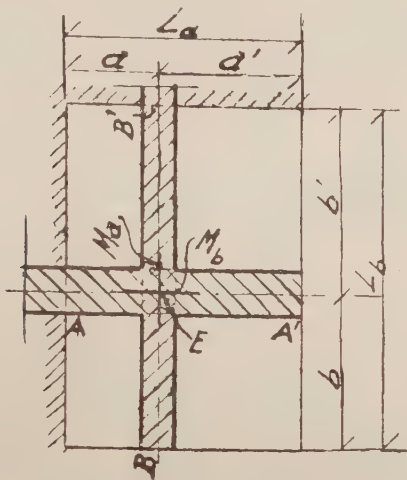


FIG. 4. — Vigas o losas cruzadas.

Para el análisis mecánico de la línea de influencia M_b en cambio reproducimos según la fig. 5 b por arriba la viga AA' por una cinta recta apoyada hacia abajo en A y A' y por abajo en distancia cualquiera d la viga BB' reproducida por dos cintas unidas por medio de la grampa de momentos en E_b , la cual originalmente, vale decir solamente bajo la influencia de la continuidad en B y B' , forme la curva quebrada indicada en línea cortada debajo de BB' , que descansa hacia arriba en B y B' . Ligamos luego AA' y BB' por un gancho de largo d en E_b y obtenemos así las dos ramas $AE'_b A'$ y $BE'_b B'$ de la línea de influencia de M_b , indicadas con línea gruesa en la fig. 5 b.

Las figuras 5 a y 5 b nos revelan relaciones interesantes no consideradas hasta ahora. Por ejemplo mirando la fig. 5 a notamos por la misma forma de los dos tramos AA' y BB' de la línea de influencia de M_a , que la ordenada media de $AE'_a A'$ es mucho más corta que aquella de $BE'_a B'$, indicando pues que en una cruz $ABA' B'$, formada por dos vigas AA' y BB' unidas en la intersección E en con-

diciones geométricas y de rigidez parecidas la carga de una viga solicita en su mayor parte la otra viga. Supongamos que en la fig. 5 a sean $L_a = L_b = L$, $a = a' = L/2$, $k_a = k_b$ y que AA' y BB' lleven cargas uniformemente repartidas W_a y W_b , respectivamente.

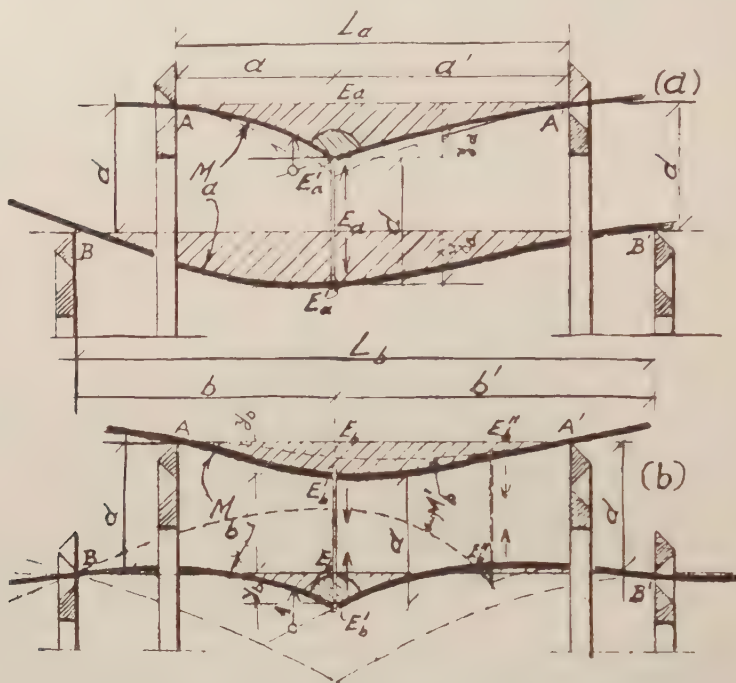


FIG. 5. — Líneas de influencia M_a y M_b en la intersección E de vigas AA' y BB' (fig. 4).

Para apoyos libres resulta en la intersección E : $y_a = \frac{1}{2} x L/8 = L/16$. La ordenada media de la línea flectora bajo una carga concentrada en el centro y cuya flecha en el centro es h resulta $5h/8$, por lo tanto el momento flector en el centro de AA' es $M_a = (3W_a + 5W_b)L/64$, o sea la viga AA' soporta únicamente $3/8$ de su propia carga y $5/8$ de la carga de la otra viga BB' . La diferencia resulta más acentuada aun cuando los apoyos de las vigas no son libres; en el caso que todos los extremos A , B , A' y B' son empotrados resulta $y_a = \frac{1}{2} \times L/16 = L/32$ y $M_a = (W_a + 3W_b)L/96$, de modo que en este caso M_a solamente transmite $1/4$ de la propia carga de AA' y $3/4$ de la carga de BB' . De manera parecida las cargas concentradas sobre una viga solicitan en su mayor parte la otra viga.

EL ANÁLISIS CORRECTO DE VIGUETAS Y VIGAS. — En la fig. 6 se ha presentado una viga AB ligada con tres viguetas Nos. 2, 3 y 4, todas apoyadas libremente. Las curvas cortadas indican la línea de influencia de M_C en el centro C de AB de acuerdo con la práctica corriente, mientras que la línea de influencia correcta está formada por las curvas gruesas; la diferencia entre curvas sólidas y cortadas corresponde a la parte de la carga transmitida a los apoyos por las viguetas directamente, y puede fácilmente llegar hasta 40 % de la carga total según los k/L^2 de las viguetas y vigas.

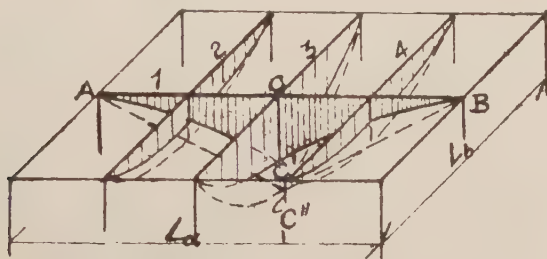


FIG. 6. — Línea de influencia correcta de M_C en centro de viga AB , ligada con viguetas 2, 3 y 4.

Aun cuando las viguetas 2, 3 y 4 descansan en sus puntas exteriores sobre vigas parecidas a AB y se carga todo el piso al mismo tiempo podemos, pues, sin ninguna o con poca armadura adicional, con sólo distribuir bien las barras en las viguetas, admitir cargas adicionales locales hasta 40 % sin reducir la seguridad. Un proyecto correcto debe considerar semejante posibilidad desde el principio.

Cuando la intersección E_b de AA' y BB' se acerca a uno de los apoyos, por ejemplo A' (fig. 5 b), se reduce la flecha y_b'' y la línea de influencia de M'_b resulta según las curvas indicadas en líneas cortadas superiores en fig 5 b; con la reducción de y_b'' la rama BB' de la línea de influencia de M'_b llega a ser esencialmente negativa como de un extremo empotrado o continuo. Esto significa que gran rigidez en una dirección produce momentos flectores negativos en la otra dirección que puede exigir armadura negativa.

LOSAS CON ARMADURAS CRUZADAS. — Los procedimientos explicados en las figs. 4, 5 y 6 pueden aplicarse a rejillas y losas, obteniéndose superficies de influencia que juntas con la losa original determinan un cuerpo de influencia de la misma manera como la curva de influencia en cierre con el eje original de una viga la superficie

de influencia. Recordando la fig. 5 y especialmente la línea de influencia de M'_b , en la fig. 5 *b* podremos proyectar armadura adecuada contra posibles acciones secundarias, que pueden resultar necesarias cuando en vez de cargas estáticas la losa está expuesta a severos impactos como en pisos de depósitos industriales o bien en estructuras militares. Considerando, según la fig. 5, la losa con armadura cruzada como conjunto de vigas resistentes a la flexión, cruzadas en la parte central de la losa y diagonales en los ángulos, obtenemos un análisis más satisfactorio que con las suposiciones hechas generalmente hasta ahora.

Para pisos fungiformes el aumento de resistencia indicado en fig. 6 para soportar cargas adicionales puede resultar considerable cada vez que la altura de las supuestas viguetas es la misma como en las vigas, y por lo tanto su k/L^2 relativamente importante.

Similarmente en los problemas de momentos flectores en general se facilita el análisis aplicando actualmente o en imaginación la grampa de momentos y se revelan las condiciones estáticas verdaderas.

ANÁLISIS MECÁNICO DE PÓRTICOS Y ESQUELETOS. — En la fig. 7 se enseñan, como guía del análisis correcto, las deformaciones típicas del modelo del pórtico fig. 7 *a*, empotrado en *A* y *D*, aplicando los desplazamientos «1» ilustrados en la fig. 2. Supónese que el modelo está compuesto de cintas elásticas, juntadas por grampas rígidas en *B* y en *C*; por conveniencias de manejo se los coloca en la mesa al revés, con los pies de las columnas *A* y *D* por arriba, fijados en la distancia y en la inclinación exigidas por medio de grampas montadas en una barra redonda que por su parte descansa en sus extremos sobre cojinetes con rodillos que permiten el movimiento horizontal sin fricción alguna. Se recomienda recordar semejantes detalles mecánicos y la situación y presión de las cintas en fig. 7, cuando deformadas, como medio de la fácil interpretación de las tensiones al analizar pórticos.

La línea de influencia de la oscilación lateral (fig. 7 *b*) se obtiene empujando la barra con los pies de columnas *A* y *D* de «1» en dirección horizontal, de modo que los pies de columnas llegan hasta *A'* y *D'*, siendo $AA' = DD' = 1$ sin cambiar el ángulo de empotramiento. La presión necesaria para semejante operación es $P = P_A + P_D$. La relación P_A/P puede calcularse en dos maneras (fig. 7 *b*), ya sea a base de la ecuación [4], que con los valores relativos de f y f' da el empuje transversal necesario (que nada tiene que ver con las ten-

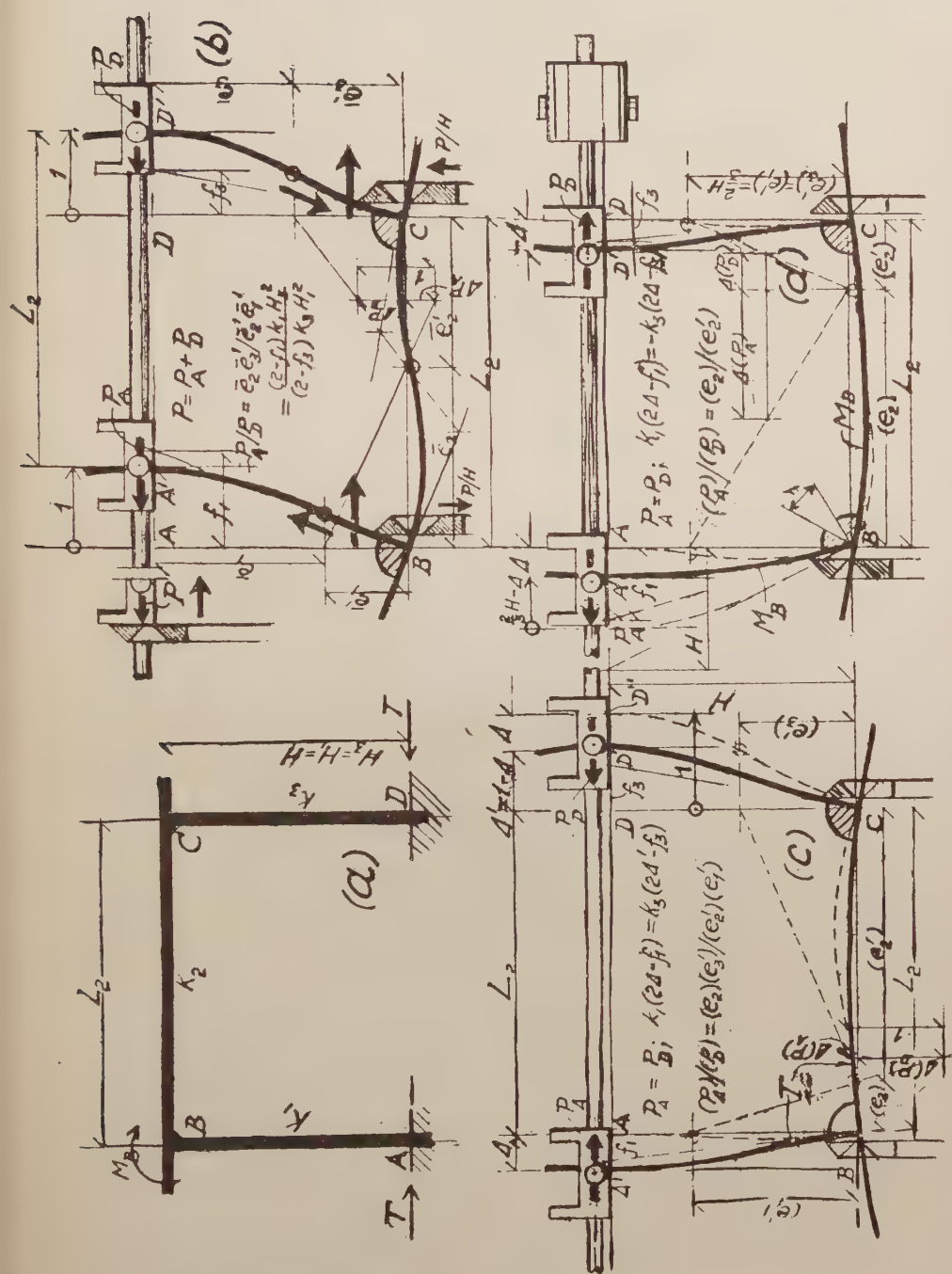


Fig. 7. — Fuerzas y relaciones geométricas producidas al deformar modelos de pórtico típico. Letras (e) se refieren a estructuras firmes $(\hat{e})$ a modificaciones por oscilación libre. La fig. 7 d se ha trazado para $QB = 1/2$.

siones en la estructura), para desplazar A y D con referencia a B o, geométicamente, determinando los puntos fijos; el equilibrio exigido de las componentes verticales de las diagonales entre puntos fijos de columnas y viga da por resultado la tan sencilla relación $P_A/P_D = \bar{e}_2 \bar{e}_3' / \bar{e}_2' \bar{e}_1'$. El análisis gráfico, pues, resulta sencillísimo, obteniendo P_A/P y P_D/P como partes de «1» vertical, determinadas entre las diagonales por el eje BC de acuerdo con la fig. 7 b. Es aquella una relación de mayor utilidad para el análisis en general. En el ejemplo N° 5 (fig. 11) se analizarán a base de la fig. 7 b las cantidades producidas por la oscilación lateral por las que habrá que corregir los resultados obtenidos sin considerar la oscilación.

La línea de influencia del empuje horizontal en los pies de columnas se obtiene desplazando de «1» en dirección horizontal (fig. 7 c) el pie de columna D hasta D' , produciéndose las curvas cortadas; luego la barra con los pies de columnas vuelve hacia su posición original una distancia $\Delta = AA'$ hasta que resulte $P_A = P_D$, formando las curvas trazadas de líneas continuas. La estructura, pues, puede analizarse de dos maneras distintas, analizando las curvas cortadas (fig. 7 c), corrigiendo luego los resultados para la oscilación horizontal (fig. 7 b) o analizando directamente las curvas continuas a base de $P_A = P_D$ o sea $k_1 (2 \Delta - f_1) = k (2 \Delta' - f_3)$; en caso que la altura de las dos columnas no es la misma sino H_1 y H_3 , respectivamente, habrá que multiplicar el lado derecho de la última ecuación con H_1 y el izquierdo con H_3 .

La línea de influencia de M_B (fig. 7 d) resulta mecánicamente juntando las cintas en B con una grampa de ángulo recto aumentado o reducido por rotación «1»; puesto que la deformación así obtenida resultaría excesiva y por ende inexacta, se aumenta el ángulo recto solamente de 0,5, multiplicando con 2 los resultados así obtenidos. Las deformaciones en la fig. 7 d, pues, corresponden a la rotación 0,5. Reteniendo primero en su posición original A y D se obtienen las curvas cortadas (fig. 7 d), a la cual se refieren las letras en paréntesis en la fig. 7 d. Dejando libre luego la barra con A y D , la cinta elástica AB empuja por la izquierda hasta que, después de haber recorrido $AA' = DD' = \Delta$, se obtiene el equilibrio $P_A = P_D$. Una vez más podemos analizar correctamente M_B , imaginando que A y D quedan en su posición original y corrigiendo luego los resultados a base de fig 7 b o directamente calculando primero Δ para $P_A = P_D$; debe recordarse que cuando se analiza el pórtico como viga recta los Δ en A y D se encuentran en lados opuestos del eje $ABCD$.

ESTRUCTURAS OBLICUAS. — Las figuras 8, 9 y 10 enseñan como ejemplo típico de estructuras con miembros inclinados el pórtico ABC , articulado en A y C , salvo en fig. 9, donde está empotrado en C ; el triángulo ABC debe ser analizado para que se puedan calcular las tensiones, producidas por cargas verticales y horizontales, vale decir, obteniendo las componentes verticales y horizontales de las ordenadas de sus líneas de influencia.

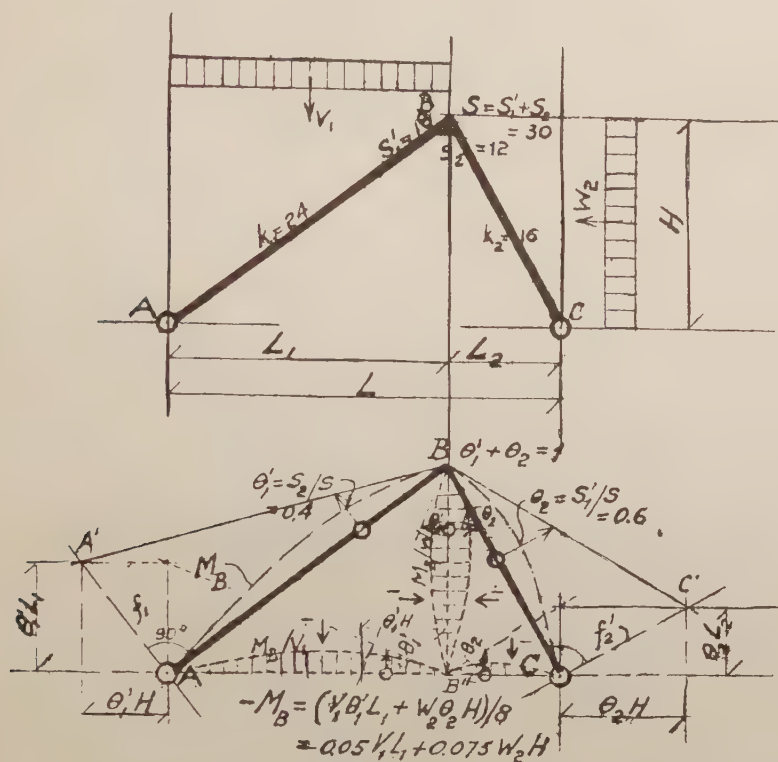


FIG. 8. — Pórtico oblicuo, Análisis para M_B .

Resulta conveniente tratar el análisis como la suma de problemas de vigas rectas o sean una viga recta horizontal continua $AB''C$ y otra vertical $BB'BB''$, la última marcada en las figuras 8 y 9 como eje $B''B$ y en la fig. 10 con eje $A'A''$. El momento flector M_B (fig. 8 y 9) se obtiene geoméricamente por la rotación en B : $\theta_1' + \theta_2 = 1$, donde $\theta_1' = S_2/S$, $\theta_2 = S_1'/S$ y $S = S_1' + S_2$. Las ramas de líneas de influencia a la izquierda del eje vertical BB'' se refieren a cargas sobre AB y aquellas a la derecha son para cargas sobre BC .

De igual modo la fig. 10 enseña por separado las líneas de influencia para cargas verticales y horizontales de las reacciones horizontales T_A y T_C en A y C respectivamente; el eje para cargas verticales es $AB''C$ y para cargas horizontales $A'A''$. Las ordenadas y de la rama $AB''C$ valen para T_A y T_C ; las ordenadas y del eje $A'A''$ valen para T_A solamente; las ordenadas para T_C son $1 - y$.

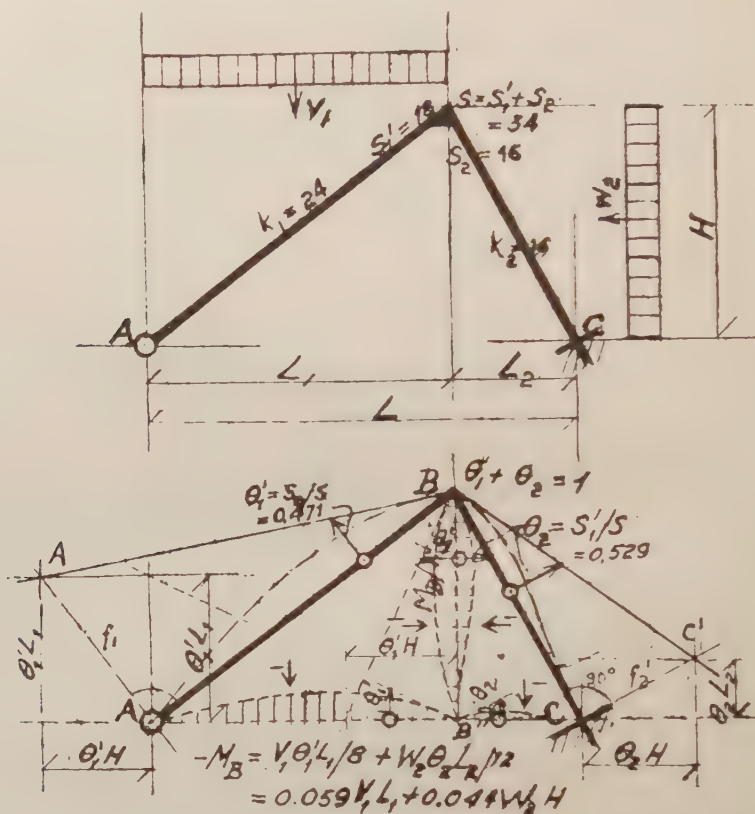


FIG. 9. — Pórtico oblicuo empotrado en C . Análisis para M_B .

Según lo indicado en la fig. 10 resultan como componentes de rotación de AB por el centro A y de BC por el centro en C los empujes horizontales $T_A/P = T_C/P = L_1 L_2 / HL$ para cargas verticales y $T_A/P = L_1 / L$ y $T_C/P = L_2 / L$ para cargas horizontales actuando P en B . Para una carga horizontal P en A resulta $T_A = P$ y $T_C = 0$, en cambio actuando P en C resulta $T_A = 0$ y $T_C = P$. La rama $AB''C$ de la línea de influencia de R_A y T_C es la suma de un triángulo

de altura $L_1 L_2 / LH$ en B'' más las curvas producidas por las rotaciones θ_1' y θ_2 por la izquierda y derecha de B'' , siendo A y C articulaciones. Resultan, pues, para la parte AB'' : $y_{m_1} = L_1 (L_2/L + S_1/4 S)/2 H$, y para la parte $B'' C$ $y_{m_2} = L_2 (L_1/L + S_1/4 S)/2 H$.

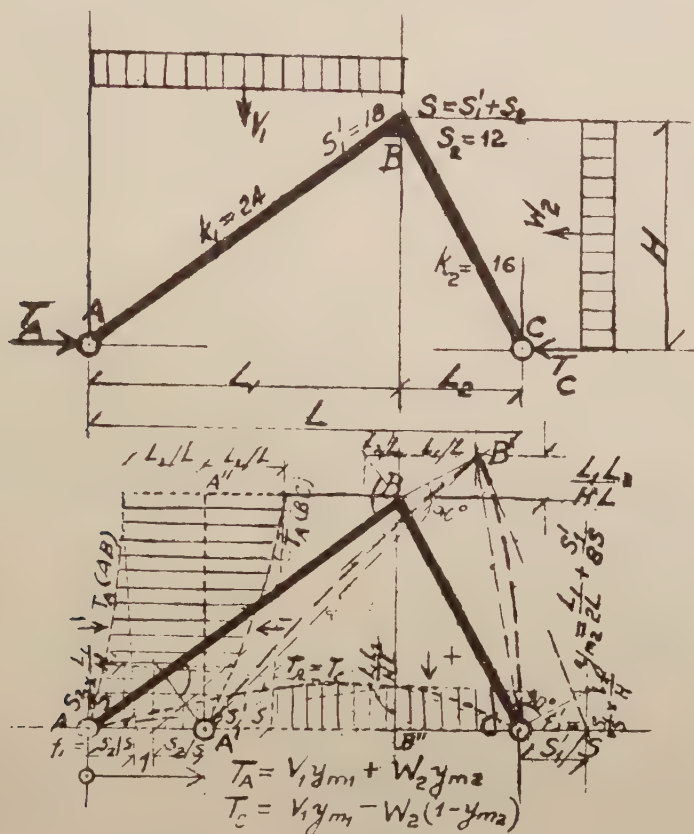


FIG. 10. — Pórtico oblicuo. Análisis para T_A .

La línea de influencia de T_A con eje vertical $A' A''$ se descompone por la izquierda de $A' A''$ de un trapecio de base « 1 » y cabeza L_1/L menos la curva $\theta_1 = S_2/SH$ y por la derecha de $A' A''$ de un triángulo, cuya base O y cabeza L_1/L más la curva $\theta_2 = S_1'/SH$. Resulta, pues, para cargas uniformes horizontales sobre AB : $y_{m_1} = 0,5 (1 + L_1/L) - S_2/8 S$ y sobre BC : $y_{m_2} = L_1/2 L + S_1'/8 S$.

Una vez más el método geométrico resulta conveniente para análisis correcto por su sencillez y la facilidad de intuición; por ejemplo en la fig. 10 la curva $A'B'$ quita una parte de la superficie entre AB y $A'B'$, y por lo tanto la curva de influencia sobre $A'A''$ marcada $T_A(AB)$ es cóncava; semejante control a simple vista es más fácil así que con los números en la estática abstracta.

EJEMPLOS NUMÉRICOS

EJEMPLO N° 1. — *Viga continua irregular ABCD*, fig. 11 a, empotrada en A, ménsula CD.

Pedido: Momento flector M_B en el apoyo B.

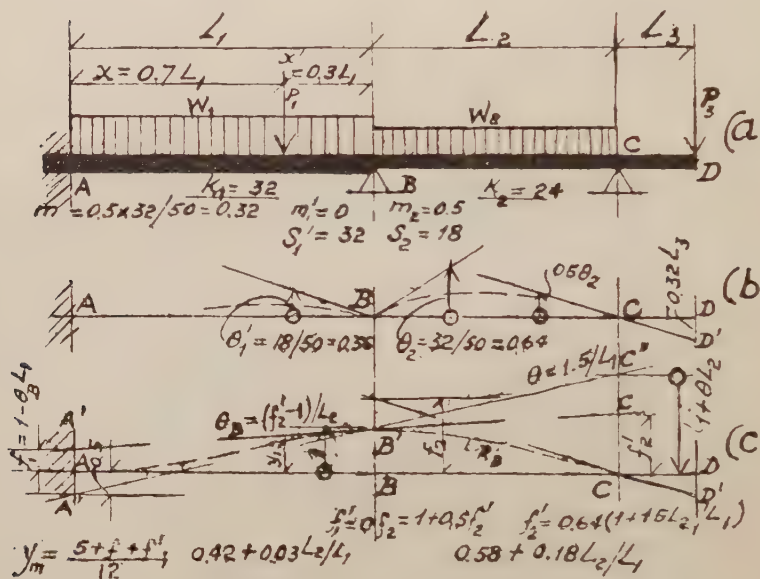


FIG. 11. — (a), viga continua empotrada en A; (b), análisis para M_B rotando. $\theta_1' + \theta_2 = 1$ en B. Análisis para R_B desplazando $BB' = 1$

Análisis: En la fig. 11 a, viga AB , debido al empotramiento en A, $m_1' = 0$ (ecuación [2]), $S_1' = k_1 = 32$ y $m_2 = 0,5$, $S_2 = k_2 (1 - 0,5 \times 0,5) = 24 \times 0,75 = 18$; $S_1 + S_2 = 32 + 18 = 50$.

Rotación « 1 » en B (fig. 11 b), gira BA de $\theta_1 = 18/50 = 0,36$, BC de $\theta = 32/50 = 0,64$, CD de $\theta_C = 0,5$ $\theta_2 = 0,32$ resultando según tabla I: $y_{m_1} = 0,36 L_1/12 = 0,03 L_1$, $y_1 = 0,7^2 \times 0,3 \times 0,36 L_1 = 0,05292 L_1$, $y_{m_2} = 0,64 L_2/8 = 0,08 L_2$, $y_3 = -0,32 L_3$.

Cómputo de tensiones: $-M_B = 0,03 L_1 W_1 + 0,05292 L_1 P_1 + 0,08 L_2 W_2 - 0,32 L_3 P_3$

EJEMPLO N° 2. — *Viga continua irregular, igual al ejemplo N° 1.*

Pedido: Reacción R_B en B .

Análisis: Valores m y S igual como en ejemplo N° 1.

Desplazamiento $BB' = 1$ (fig. 11 c) doblaría la cinta AB , si no fuera retenida en C , de modo que la tangente $A''B'C''$ marcaría $AA'' = -0,5$ en A y $CC'' = 1 + 1,5 L_2/L_1$ en C . Doblando luego la cinta en C'' hasta llegar a C la tangente en B girará de modo que $CC' = f_2' = (1 + 1,5 L_2/L_1) S_1'/(S_1' + S_2) = 0,64 (1 + 1,5 L_2/L_1)$, $f_1 = 1 - (f_2' - 1) L_1/L_2 = 0,04 + 0,36 L_1/L_2$; $\theta_C = (1 + f_2'/2)/L_2 = 1,32/L_2 + 0,48/L_1$, $f_2 = 1,32 + 0,48 L_2/L_1$.

De acuerdo con la tabla N° 2: $y_{m_1} = (5 + f + f_1')/12 = 0,42 + 0,03 L_1/L_2$; $y_1 = (1 + (x' f_1' + x f) x'/L_1^2) x'/L_1 = 0,7059 + 0,05292 L_1/L_2$; $y_{m_2} = 0,4967 + 0,12 L_2/L_1$; $y_3 = -\theta_C L_3 = -L_3 (1,32/L_2 + 0,48/L_1)$.

Cómputo de tensiones: $R_B = W_1 y_{m_1} + P_1 y_1 + W_2 y_{m_2} + P_3 y_3$ con los y según analizadas.

EJEMPLO N° 3. — *Viga continua larga, sobre un número « ilimitado » de tramos (fig. 12 a).*

Pedido: El momento flector exacto M_E en el centro E de AB .

Análisis: Para calcular los m y S exactos en A y B basta considerar el segundo apoyo más allá de A y B , respectivamente (fig.

12 b), suponiendo desde afuera $S/k = 7/8$, de modo que en fig. 12 a $S' = 7 \times 12/8 = 10,5$ y $S = 7 \times 24/8 = 21,0$; se calculan con las ecuaciones [1] y [2] los m' y S' avanzando desde izquierda a derecha y los m y S desde derecha a izquierda progresivamente en cada tramo. Luego resulta matemáticamente correcto en A: $m = 0,211$, $S = 17,892$, y en B: $m' = 0,367$, $S' = 16,332$.

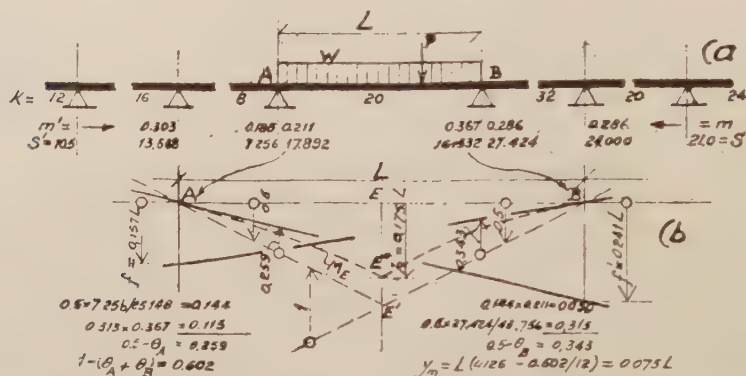


Fig. 12. — Análisis exacto de ME en el centro del tramo AB de viga con $n \rightarrow \infty$.

Si los extremos en A y B fueran libres la rotación « 1 » en el centro E de AB (fig. 12 b) giraría en 0,5 en A y en B o sean $EE' = 0,25L$ y $y_m = 0,5 \times 0,25L = 0,125L$; debido, sin embargo, a la continuidad en A y B las tangentes repuntan de 0,259 en A y de 0,343 en B, de modo que $f = 0,157L$ y $f' = 0,241L$, según resulta del análisis en la fig. 12 b. De acuerdo, pues, con la tabla 2, se obtiene $y_m = L(1 + 2 \times 0,157 + 2 \times 0,241)/24 = 0,0748L$.

Cómputo de tensiones: $M_E = Py_m = 0,0748 PL$.

EJEMPLO N° 4. — Pórtico irregular (fig. 13), empotrado en A y D, solicitado por la presión horizontal P en B solamente.

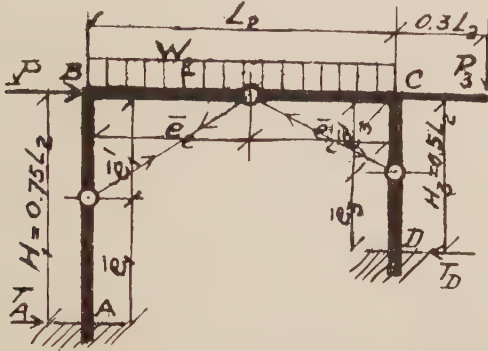


Fig. 13. — Pórtico irregular, analizado en fig. 14 y 15

Lines	$L_1 = 0.75L_2$		L_2		$L_2 = 0.5L_2$	
1	$k = A$	$k_1 = 20$	$k_2 = 30$	$k_3 = 10$		
2	$m = 0.2254$	$p = 0$	0.375	0.3	0.1408	
3	$S = 17.446$	20	24.375	25.5	10	19.296
4	$\theta_A = 1.5 \times 20 / (0.75 \times 20 + 4.375) = 0.9014$	$(\times 0.375)$	0.3380			
5	$\theta_B = -0.2535$	$(\leftarrow \times 0.3)$	-0.8451			
6	$\theta_C = 0.6479$		-0.5071	$\bar{y}_3 = -0.1521L_2$		
7	$n = (1 - 0.75 \times 0.6479) / -1 = -0.5140$	$\bar{e}_1 = 0.3349$	$\bar{e}_2 = 0.5203$	$\bar{e}_3 = 0.4797$	$\bar{e}_4 = 0.2379$	0.2621
8	$\bar{e}_1 / L_2 = 0.4151$					
9	$T/P = 0.4352$		$\bar{e}_2 \bar{e}_3 / \bar{e}_2' \bar{e}_1' = 0.7705$			0.5648
10	$M/PL_2 = -0.1807$	0.1457		-0.1344		0.1408
11	$100M/P L_2 = -0.2120$	0.1709	$(y_{m\bar{e}} = 0.01173L_2)$	-0.1577		0.1652
12	$M_{\bar{e}_1}/PL_2 = 0.02748$	0.02286	$(\bar{y}_3 = 0.1521L_2)$	-0.02044		0.02142

Fig. 14. — Análisis del pórtico (fig. 13) para oscilación lateral «1».

Pedido: Momentos flectores en A, B, C y D, analizando de viga recta.

Análisis: En la fig. 14 se indican en los renglones 1) los valores de k , 2) los m (ec. [1]), 3) los S (ec. [3]), 4) las rotaciones en B y C para $AA' = 1$, 5) las rotaciones en C y B para $DD' = 1$, 6) las rotaciones totales en B y C como suma de 4) y 5); 7) los $m = f/f'$ y $m' = f'/f$; 8) las $\bar{e}$ y $\bar{e}'$ (ec. [9], 9) la parte de P absorbida por $T_A/P = 0,7705/1,7705 = 0,4352$ y $T_D/P = 1/17705 = 0,5648$, siendo $\bar{e}_2 \bar{e}_3' / \bar{e}_2' \bar{e}_1' = 0,7705$ (v. fig. 7 b), los momentos flectores $M_A = T_A \bar{e}_1$, $M_B = T_A \bar{e}_1'$, $M_C = T_D \bar{e}_3'$ y $M_D = T_D \bar{e}_3$.

Cómputo de tensiones: $M_A/PL_2 = -0, 0,4352 \times 0,4151 = -0,1807$, $M_B/PL_2 = 0,4352 \times 0,3349 = 0,1457$, $M_C/PL_2 = -0,5648 \times 0,2379 = -0,1344$ y $M_D/PL_2 = 0,5648 \times 0,2621 = 0,1408$. Además 9) $T_A/P = 0,4352$ y $T_D/P = 0,5648$.

EJEMPLO N° 5. — *Pórtico irregular*, empotrado en A y D (fig. 13), cargado BC con W_2 y sobre ménsula de $0,3 L_2$ concentrada P_3 .

Pedido: Tensiones por oscilación lateral (a aplicarse en el ejemplo 6).

Análisis: La ordenada media es para oscilación lateral « 1 » (fig. 14), según renglones 6, 11 y 12) $\bar{y}_{m_1} = L_2 (0,6479 - 0,5071)/12 = 0,01173 L_2$ y la ordenada en $0,3 L_2$ de la ménsula en C es $y_3 = 0,3 L_2 \times 0,5071 = 0,1521 L_2$.

Cómputo de tensiones: Las tensiones por oscilación a sumar o restarse de las tensiones que resulten para la estructura inamovible del ejemplo 6 son para las cargas W_2 y P_3 (fig. 13) según indicadas en los renglones 11 y 12 de la fig. 14.

Para $100 W_2$, $M_A = -0,1807 \times 1,173 W_2 L_2 = 0,2120 W_2 L_2$, $M_B = 0,1457 \times 1,173 W_2 L_2 = 0,1709 W_2 L_2$, $M_C = -0,1577 W_2 L_2$ y $M_D = 0,1652 W_2 L_2$; $T_A = 0,4352 \times 0,1521 P_3 = 0,0662 P_3$.

Los signos pueden invertirse en el ejemplo N° 6.

EJEMPLO N° 6. — Pórtico irregular, empotrado en A y D (fig. 13), con cargas verticales W_2 y P_3 .

Pedido: M_A , M_B , M_C y $T_A = T_D$ (fig. 15).

Análisis: En la fig. 15 se ha hecho el análisis a la izquierda para W_2 y a la derecha para P_3 , suponiéndose cada vez primero la estructura sin oscilar y sumando o restando luego los valores que corresponden a la oscilación hasta obtener el equilibrio según el ejemplo 5. Los m y S son los mismos como en la fig. 14.

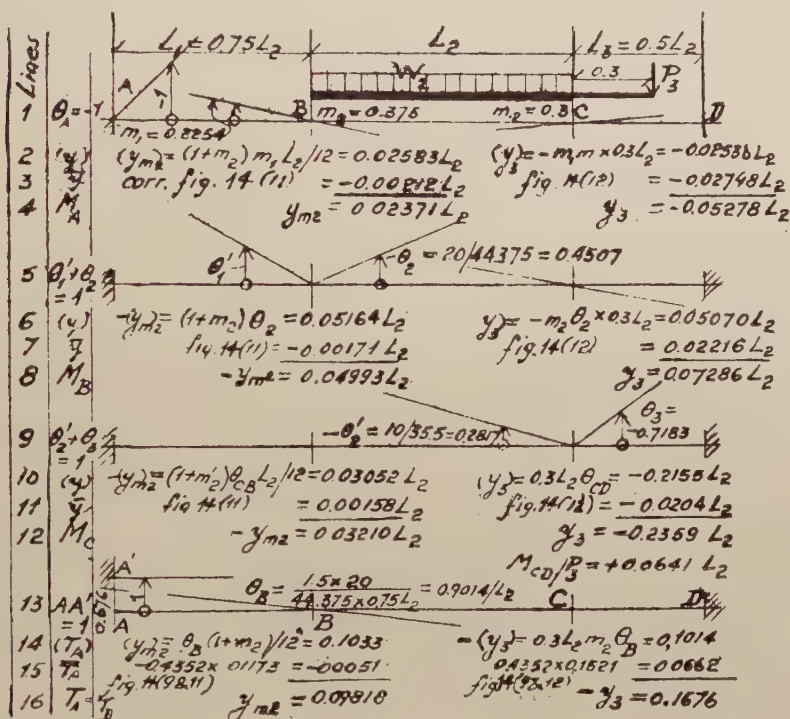


FIG. 15. — Análisis del pórtico (fig. 13) para M_A , M_B , M_C y T_A .

En el renglón 1 (fig. 15) la rotación $\theta_A = -1$ produce en B una rotación de $-m_1 \theta_A = 0,2254$ resultando en el renglón 2: $y_{m2} = 0,2254 \times 1,375 L_2 / 12 = 0,02583 L_2$, $y_3 = -0,2254 \times 0,375 \times 0,3 L_2 = -0,02536 L_2$. En el renglón 3 se han copiado de la fig. 14, renglones

11 y 12, los M_A producidos por la oscilación de BC con respecto a AB y en el renglón 4 se encuentran como resultados: $y_{m_1} = 0,02371 L_2$, $y_3 = -0,05278 L_2$.

De igual manera indican en la fig. 15 los renglones 5 al 8 el análisis de M_B , renglones 9 a 12 de M_C y renglones 13 a 16 los T_A .

Cómputo de tensiones: Con las ordenadas obtenidas en el análisis (fig. 15) resultan las tensiones siguientes:

$$M_A = 0,02371 W_2 L_2 - 0,05278 P_3 L_2 ; M_B = -0,04993 W_2 L_2 + 0,07286 P_3 L_2 ; M_C = -0,03210 W_2 L_2 - 0,2359 P_3 L_2 ; T_A = 0,09818 W_2 - 0,1676 P_3.$$

Debe recordarse que el signo de las ordenadas encima del eje $ABCD$ es opuesto al de las ordenadas debajo del mismo eje.

EJEMPLO N° 7. — *Pórtico oblicuo ABC*, articulado en A y C (fig. 8), carga vertical V_1 sobre AB y horizontal W_2 sobre BC .

Pedido: Momento flector M_B .

Análisis: Conforme con las explicaciones del capítulo sobre pórticos, más arriba, analizamos las proyecciones vertical y horizontal del pórtico triangular. Rotando "1" la viga continua $AB''C$ en B'' y la viga doble $B''BB''$ (fig. 8). en B . En las dos proyecciones será $\theta_1' = S_2/S = 0,4$ y $\theta_2 = S_1'/S = 0,6$ y por lo tanto las ordenadas medias para AB'' : $y_{m_1} = 0,4 L_1/8 = 0,5 L_1$ y para $BB'' = y_{m_2} = 0,6 H/8 = 0,075 H$.

Cómputo de tensiones: — $M_B = 0,05 V_1 L_1 + 0,075 W_2 H$.

EJEMPLO N° 8. — *Pórtico oblicuo ABC*, articulado en *A*, empotrado en *C* (fig. 9), carga vertical V_1 sobre *AB*, horizontal W_2 sobre *BC*.

Pedido: Momento flector M_B .

Análisis: $S_1' = 0,75 k_1 = 18$; $S_2 = k_2 = 16$, $\theta_1' = S_2/S = 0,471$, $\theta_2 = S_1'/S = 0,529$.

— $y_{m_1} = \theta_1' L_1/8 = 0,059 L_1$; — $y_{m_2} = 0,529 L_2/12 = 0,0441 H$.

Cómputo de tensiones: — $M_B = 0,059 V_1 L_1 + 0,0441 W_2 H$.

EJEMPLO N° 9. — *Pórtico oblicuo ABC*, articulado en *A* y *C* (fig. 10), carga vertical V_1 sobre *AB*, horizontal W_2 sobre *BC*.

Pedido: Empuje horizontal T_A y T_C .

Análisis: El desplazamiento «1» (fig. 10) en *A* o *C* produce en *B*: $\theta_1' = S_2/SH = 0,4/H$ y $\theta_2 = S_1'/SH = 0,6/H$, por lo tanto $y_{m_1} = L_1 L_2/2 LH + 0,4 L_1/8 H = 0,5 L_1 L_2/LH + 0,05 L_1/H$ e $y_{m_2} = L_1/2 L L + 0,6 H/8 H = 0,5 L_1 L + 0,075$.

Cómputo de tensiones: $T_A = V_1 (0,5 L_1 L_2/LH + 0,05 L_1/H) - W_2 (0,5 L_1/L + 0,075)$; $T_D = V_1 (0,5 L_2/LH + 0,05 L_1/H) = W_2 (0,5 L_2/L + 0,425)$.

(¹) PUBLICACIONES PRINCIPALES DEL AUTOR A QUE SE HA HECHO REFERENCIA
EN EL PRESENTE TRABAJO

Anales de la Sociedad Científica Argentina, Buenos Aires:

- Año 1923, p. 177: « Cálculo automático de Sistemas Hiperestáticos ».
- » 1925, » 175: « Cálculo mecánico de sistemas elásticos ».
 - » 1932, » 5: « Líneas de influencia y estática natural ».
 - » 1925, » 3: « Nuevo y sencillo análisis elástico de estructuras derivado de métodos mecánicos ».

Revista del Centro de Estudiantes de Ingeniería, Buenos Aires:

- Año 1922, p. 4: « Elementos de cálculo mecánico de sistemas elásticos ».
- » 1926, » 253: « Apuntes de Estática Experimental ».
 - » 1928, » 356: « Las líneas de influencia ».
 - » 1929, » 239: « Cálculos Mecano-Estáticos de Sistemas Elásticos ».
 - » 1932, » 17: « Análisis Elástico Natural de Estructuras ».
 - » 1935, » 309: « Análisis de vigas continuas por distribución directa ».
 - » 1925, » 253: « Cálculo Mecánico de Sistemas Elásticos ».

« *Proceedings* », *American Society of Civil Engineers*, Nueva York:

- Año 1937, p. 15: « Structural Analysis based upon principles pertaining to unloaded models », con discussions.
- « *Transactions* », vol. 103, p. 1019, paper N° 2000.

Año 1938, p. 2023 « Simplified wind-stress analysis of Tall Buildings », con discusiones.

« Transactions », vol. 105 (1940), paper N°. 2079.

Journal of the Franklin Institute, Philadelphia, Pa.:

Año 1926, p. 61: « Mechanical calculation of elastic systems ».

» 1929, » 245: « The Experiment in Statics ».

SOBRE UNA "PIPA INSIGNIA" DE FUMAR, DE MENDOZA

POR

CARLOS RUSCONI

La tipología sobre las pipas pre y protohispánicas de nuestro país, es sumamente variada e interesante. Unas han sido construidas en barro; otras en madera o en barro y madera a la vez; en piedra, en hueso, etc.

Algunos de estos objetos son sencillos, otros muestran grabados geométricos o en bajo relieve, pero hay también las que ostentan dibujos ornitomorfos, zoomorfos, etc., y sobre ellas se han ocupado numerosos autores: Ameghino, Ambrosetti, Debenedetti, Torres, Outes, Boman, Serrano, Rusconi, etc.

Las pipas con representaciones zoomorfas y particularmente de quirquinchos o mulitas, son poco comunes en el país, motivo por el cual ha de llamar la atención a los estudiosos de que otra pieza de este tipo se encuentra en una región tan austral.

En Mendoza, las pipas de fumar, según mis investigaciones, son sumamente escasas y esto lo he podido comprobar en numerosos viajes realizados por las lagunas del Rosario, San Miguel, Malalhue, Los Molles, Uspallata, etc., y los pocos informes de que tengo conocimiento se reducen a restos de pipas de factura muy tosca, y por consiguiente, se diferencian fundamentalmente del ejemplar que motiva esta nota.

Es interesante recordar que en el noroeste argentino fueron halladas piezas zoomorfas y de un trabajo artístico comparable al ejemplar del Museo de Mendoza. Varias de estas piezas han sido descriptas por Ambrosetti (p. 259) ⁽¹⁾. Otra la describió Lafone Que-

(1) JUAN B. AMBROSETTI. — *Notas de arqueología Calchaquí*, en *Boletín del Instituto Geográfico Argentino*, Buenos Aires, 1899.

vedo (p. 109, lám. XVIII) ⁽²⁾, recogida en el departamento de Pomán (Catamarca), y una de las características señaladas por ese autor es que «colocada en postura natural, es decir, de pie, el cuerpo descansa sobre una base redonda, muy curiosa, cuya razón de ser, recién se explica al volcar el objeto y ponerlo boca arriba; porque así se ve que es la taza de un pito de pitar tabaco que se comunica con la punta de la cola mediante una perforación de 88 mm.». Y este mismo detalle, se advierte en la pieza que paso a describir.

La pipa fué encontrada en el interior de la mina «La Picaza», departamento de San Rafael y actualmente lleva el número 833 de la colección del Departamento de Arqueología y Etnografía del Museo de Historia Natural «Juan C. Moyano» de Mendoza. Ha sido trabajada en esteatita y el trabajo artístico que ostenta puede ser comparable a las mejores de su género.



FIG. 1. — Vista lateral de la pipa n° 833, a $\frac{1}{2}$ del natural.

Cabeza. — En la cabeza no se advierten claramente indicios de ojos, salvo una pequeña cachadura del lado izquierdo que hace presumir la existencia de dicho órgano. Tampoco se observa la presencia de orejas. El casquete cefálico es amplio y las placas están señaladas allí por una serie de surcos cruzados que forman un reticulado de figuras romboides.

Coraza. — La coraza está constituida por 19 bandas divididas por surcos transversales, de fondo cóncavo y relativamente profundos; mientras que en la pieza de Pomán tiene tan sólo 10 bandas.

⁽²⁾ SAMUEL A. LAFONE QUEVEDO. — *Viaje arqueológico en la región de Andalgalá*, en *Revista del Museo de La Plata*, vol. XII, pp. 75-110, 1905.

Además, no existe, aparentemente, coraza dorsal ni escapular, a menos que se considere como tales la primera y última banda de la pieza, lo que en este caso, el número de bandas movibles debe ser reducido a 17. En la pieza de Pomán se advierte claramente las tres regiones de la coraza, tan característica en casi todos los desdentados actuales.

En el centro de la coraza hay un agujero de 20 milímetros de ancho por 22 de profundidad y la superficie interior del mismo se encuentra pulida, indicando que en ese agujero estuvo antes engastado una vara o palo. Dicho detalle no existe en la pieza de Pomán.

Estuche caudal. — El extremo de la cola se encuentra rota y su rotura tiene aspecto de viejo. Sobre la superficie de la cola se advierten 11 rayas transversales que la circundan por completo; y

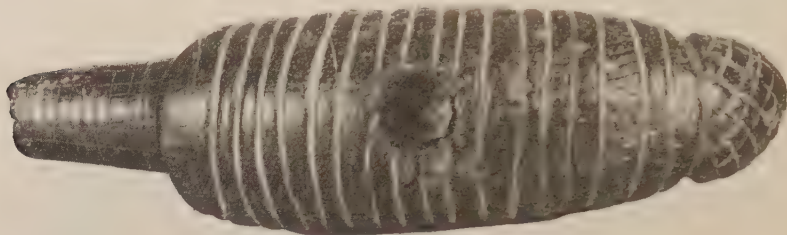


FIG. 2. — Vista superior.

otro grupo de rayas longitudinales, las cuales al combinarse con las recordadas más arriba, forman recticulados cuadrangulares de diversos diámetros. Con ello, el artífice ha querido representar las placas de la cola.

Extremidades. — Las extremidades han sido destacadas del cuerpo. Tienen la forma de un prolongamiento laminar, comprimidas en sentido transversal y todas correspondientes a la misma masa pétreo. Sobre la cara externa de cada una de las extremidades aparecen 5 rayas distribuidas radialmente en forma de abanico, habiendo querido representar el artista los dedos de cada extremidad.

La pieza descripta por Lafone, posee también extremidades, pero éstas han sido grabadas en el cuerpo del animal.

Zona ventral. — En su vista inferior, lo más interesante del objeto es una prolongación en forma de embudo o de hornillo que tiene 25 milímetros de hondura, desde el margen interno hasta el

fondo, que coincide con la línea general del vientre. El diámetro mayor de este hornillo es de 46 milímetros, pero el agujero que se encuentra en su fondo mide tan sólo 10 milímetros. Dicho agujero sigue un poco más abajo y luego finaliza con otro conducto, de igual diámetro, que tiene salida por el extremo de la cola. En la pieza no se observa órgano genital.

Por la forma del embudo y por el conducto horizontal que termina en la cola, revelaría a las claras que se trata de una pipa de fumar, pero como en la parte dorsal de la coraza existe un agujero

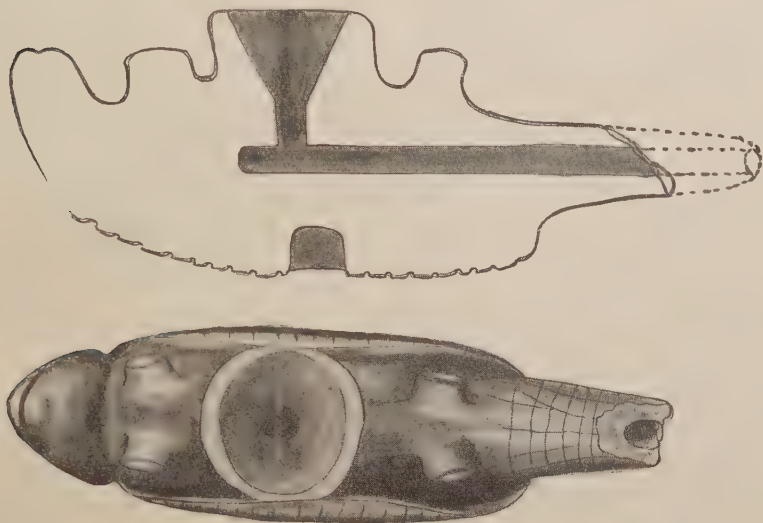


Fig. 3. — Vista inferior y Fig. 4, dibujo esquemático para mostrar el conducto horizontal comunicante con el hornillo.

donde en otros tiempos hubo allí una vara, entonces me inclino a creer que la pieza en cuestión pudo haber sido una « pipa insignia » y que para manejarla, dado su gran peso, era necesario utilizar la citada vara como punto de apoyo en la superficie del suelo. Tal vez así le habría sido mucho más fácil poderla utilizar el indígena que si la hubiera tenido directamente en una de sus manos.

Por la forma alargada de la cabeza, del cuerpo, y distribución de las bandas de la coraza, parece que se hubiera querido representar a nuestra mulita (*Dasypus*) que habita al norte de nuestro país; mientras que en la zona donde fué hallada no tengo noticias claras de la existencia de ese género pero sí, de los otros, tales como el peludo (*Chaetophractus*), el piche (*Zaedyus*), etc.

De acuerdo a este modo de opinar y en base a una serie de antecedentes de diverso orden que me son conocidos por haberlos estudiados, todo hace suponer que la pieza no habría sido esculpida por aborígenes de la región de San Rafael, pero que la hubieran obtenido por medio del trueque, de tribus, sea del noroeste argentino (vía Calingasta), o por vía de Arauco.

Aun cuando Lafone Quevedo no da medidas de la pieza por él estudiada, deduzco que ese objeto era de menor tamaño del que me ocupo, y el cual tiene las siguientes magnitudes:

Longitud actual	242 mm.
Ancho máximo	68 »
Alto máximo desde la base	100 »
Ancho máximo externo del hornillo	60 »
Longitud de la cabeza	66 »
» » » coraza	163 »
Peso	1,800 gramos

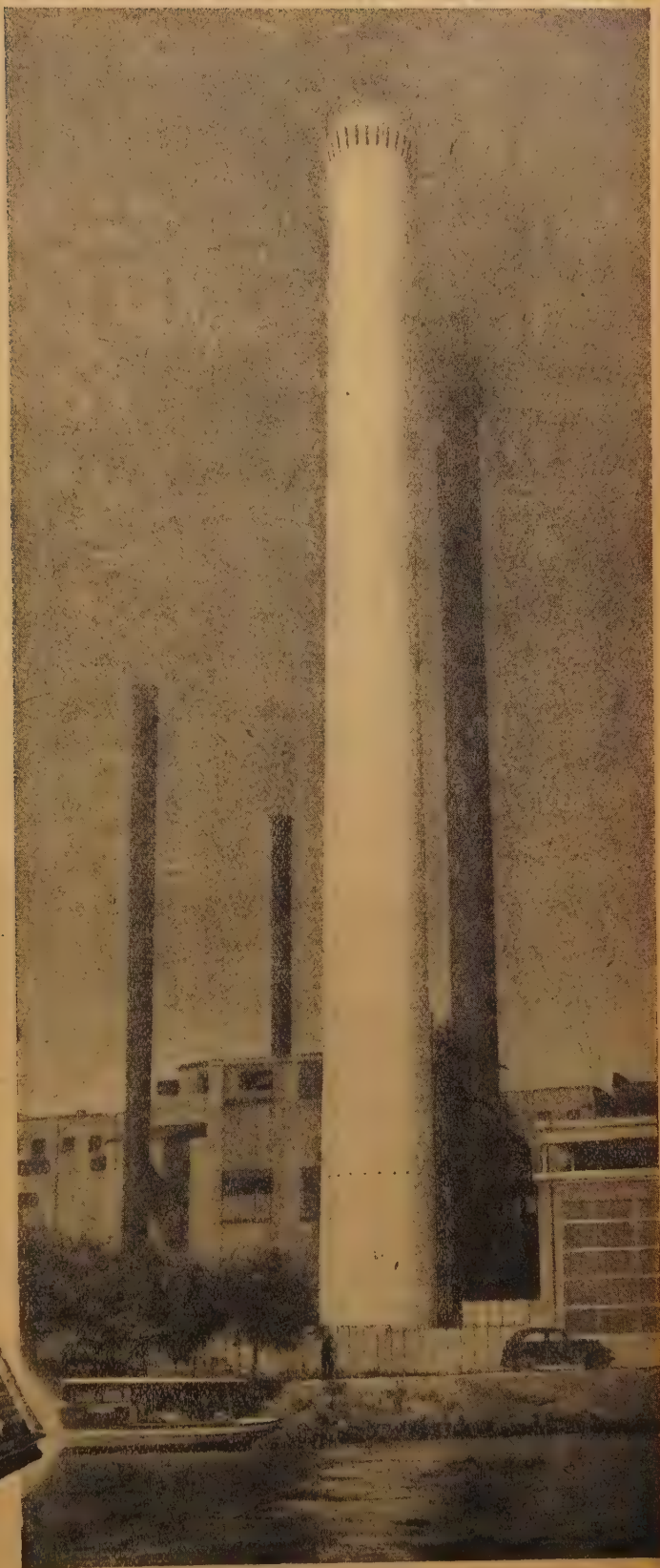
Mendoza, Septiembre 1° de 1940.

una chimenea
DE HORMIGÓN

EL hormigón de cemento portland, constituye una garantía de solidez, resistencia y adaptabilidad a cualquier proyecto arquitectónico o constructivo. La chimenea que reproduce el grabado se construyó íntegramente de hormigón, lo que demuestra la seguridad de este material, especialmente cuando se emplea un cemento portland de alta calidad uniforme. Esta chimenea tiene 75 m. de alto, 6,26 m. de diámetro en su base y 4,56 m. en su parte superior. El espesor de sus paredes es de 0,38 m. en la base, reduciéndose progresivamente hasta 0,12 m. —Construida en el Frigorífico de la Compañía Swift de la Plata S. A. en Saladillo, Rosario de Santa Fe.— Empresa Constructora: Christiani y Nielsen.—Se empleó exclusivamente cemento "SAN MARTIN".

CALIDAD · SERVICIO · COOPERACION

COMPANÍA ARGENTINA DE CEMENTO PORTLAND
RECONQUISTA 44 · BUENOS AIRES ● SARMIENTO 991 · ROSARIO



COMPANIA DE SEGUROS
La Comercial e Industrial de Avellaneda
 SOCIEDAD ANONIMA

Incendio

Cristales

Avda. Mitre 429 (piso 1º) - Avellaneda — Unión Telefónica 22-7941



EL COMERCIO

Compañía de Seguros a Prima Fija
 MAIPU 53 - BUENOS AIRES - U. T. 34, DEFENSA 2181

**Vida, Incendios, Automóviles, Marítimos,
 Cristales, Granizo, Riesgos Cinematográficos**

Presidente: ERNESTO MIGNAQUY

DIRECTORES: Paul E. Foucher, Carlos A. Mignacco, Andrés Iribarne, Horacio F. Mignaquy, Gustavo C. Torres, Alfredo Rojas Sánchez, Pedro Etehegaray, José Gamba, Juan José Colombo Berra.

SINDICO: Antonio A. García Morales.

SINDICO SUPLENTE: Andrés Ronco.

GERENTE: E. P. Bordenave.

Pagos a asegurados hasta el 30/6/940.	\$	<u>41.786.450 m.l.</u>
Capital y Reservas libres	\$	<u>6.770.692 m.l.</u>
Reservas técnicas y matemáticas	\$	<u>12.156.961 m.l.</u>



CASA MATRIZ:
Diag. Pte. Roque Sáenz Peña 530
 BUENOS AIRES

Seguros de Vida en vigor.

\$ 298.221.683 m/l.

Capital y Reservas:

\$ 53.647.060 m/l.

Pagados a Asegurados y Beneficiarios desde 1923:

\$ 92.985.021 m/l.

"CATERPILLAR"

DIESEL

El Tractor ideal para todo trabajo

Unicos Importadores

BRANDER & Cía. S. A.

TACUARI 312-36

Teléfono 34-6091

BUENOS AIRES



FABRICA DE CALES - MATERIALES DE CONSTRUCCION

O. GUGLIELMONI

IMPORTADOR

**UNICO REPRESENTANTE
EN BUENOS AIRES DE LA**

Fábrica Cerámica "ALBERDI" S. A.

Oficinas y Ventas:

Avda. DE MAYO 634

U. T. (34) 2792 y 2793

BUENOS AIRES

COLUMBIA

SOCIEDAD ANONIMA DE SEGUROS



Secciones habilitadas:

INCENDIO - AUTOMOVILES



ACCIDENTES - MARITIMOS

VIDA - CRISTALES

RIVADAVIA 409

BUENOS AIRES

U. T. 33 - 8261 (Av.)

HUGO STINNES LTDA.

SOCIEDAD ANONIMA COMERCIAL E INDUSTRIAL

25 de Mayo 145



Buenos Aires

U. T. 33 - 3944/49

SECCION TECNICA-INDUSTRIAL

Máquinas para la Construcción, Terminadoras de Caminos.

Excavadoras Universales - Trituradoras - Tractores.

Motores Diesel - Grupos Electrógenos - Bombas y Compresores.

Máquinas de Herramientas de Alta Precisión.

Maquinaria e Instalaciones Industriales en General.

Equipos y Estaciones Radiodifusoras "Lorenz"

SECCION HIERROS

Hierro Redondo, en Perfiles y Planchuelas.

Chapas - Alambres y Aceros en General.

CRISTALERIA

Magnin

y



Bolognini

Envases de Vidrio

Escritorio:

Caseros 3121

U. T. 61-0212

Fabrica:

Tabaré 1630

U. T. 61-3800

La Inmobiliaria

COMPANÍA ARGENTINA DE SEGUROS GENERALES

Establecida en 1893



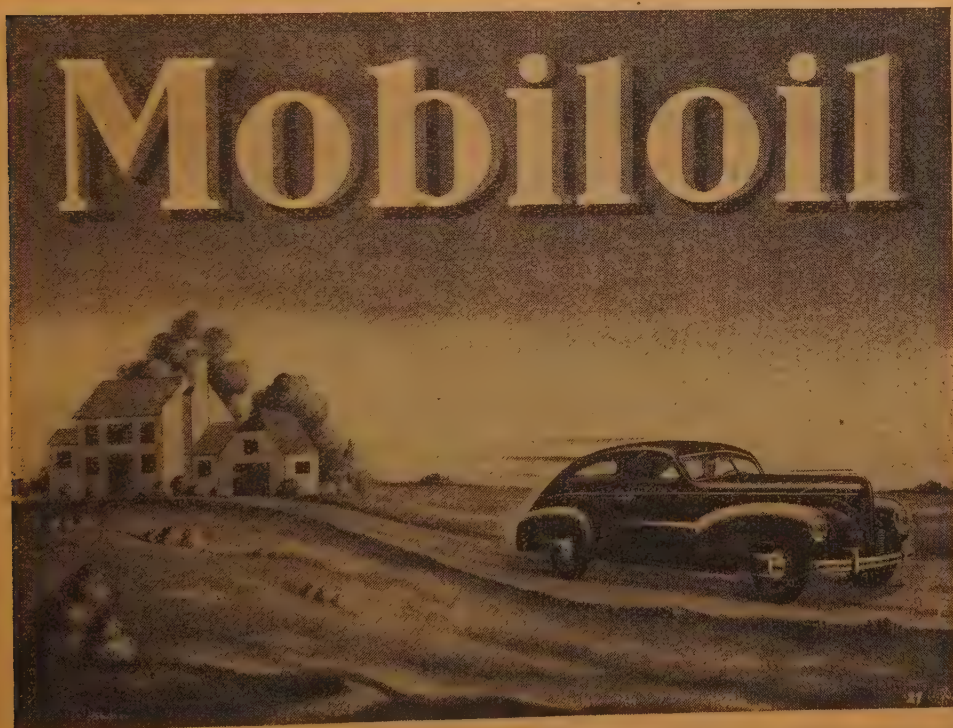
VIDA — INCENDIO — GRANIZO — CRISTALES
ACCIDENTES DEL TRABAJO E INDIVIDUALES
MARITIMOS — FLUVIALES — AUTOMOVILES



SAN MARTIN 235

Buenos Aires

Banquero: Banco de Italia y Rio de la Plata





EXCAVADORAS "MARION"

Palas de Empuje - Baldes de Arrastre - Balde de Canchilones
 - Retro-Excavadoras - Gruas - Etc.
 Accionadas a Nafta, Electricidad, Diesel, Diesel-Eléctricas, etc.
 Desde $\frac{1}{4}$ de Yarda Cúbica.



MOTORES DIESEL "NATIONAL"

Especiales para Hormigoneras, Mezcladoras,
 Bombas, Locomotoras.

[Grupos Electrógenos de 3 $\frac{1}{2}$ HP a 1500 HP.]

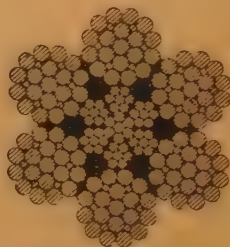


CINTAS PARA FRENOS - DISCOS PARA
 EMBRAGUES - SEGMENTOS PARA FRE-
 NOS - CINTA RADIAL PARA EMBRAGUES



CADENA "RENOLD"

Especiales para Máquinas Excavadoras y
 Transmisiones en General.



CABLES "WRIGHTS"

Cables de Acero Especiales para Excavado-
 ras, Gruas, etc.

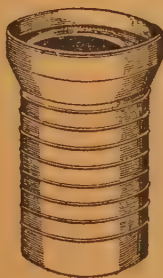
UNICOS AGENTES

ANDERSON LEVANTI & CO., Soc.
 471 ALSINA 485 BUENOS AIRES DE R.LTDA.

U. T. 33 (Avda.) 2044

ARIENTI & MAISTERRA

EMPRESA CONSTRUCTORA



Caños de hormigón armado
para desagües pluviales.

Caños corrugados de concreto
simple, aprobados por Obras
Sanitarias de la Nación para
obras domiciliarias.



Absoluta Impermeabilidad.

SI SU PROVEEDOR NO LOS TIENE PIDALOS A SUS FABRICANTES
Av. VELEZ SARSFIELD 1851 - U. T. (21) 0075 - BUENOS AIRES

CASA CERESITA

BUENOS AIRES
AZOPARDO 920
U. T. 33-5303

ROSARIO
E. ZEBALLOS 1087
U. T. 21212

CORDOBA
ENTRE RIOS 446
U. T. 6415



CERESITA LTDA. CHILE
Santiago de Chile
HUERFANOS 751

CERESITA DEL URUGUAY
Montevideo
JAIME CIBILS 2725

ES UN PRODUCTO DE FAMA MUNDIAL

asbesto - cemento
Eternit
INDUSTRIA ARGENTINA

INTEC

CELOTEX

ACOUSTI-CELOTEX

FLEXCELL
C-X KENTILE

RU-BER-OLD

GOOD YEAR

Caños para canalización bajo presión.

Caños redondos, codos, ramales, curvas, etc.

Conductos cuadrados y rectangulares.

Chapas lisas y acanaladas.

Piezas moldeadas.

Filtros y techados preparados en rollos.

TECOFLEX. Tela de yute armada para aislaciones y membranas.

Emulsiones y pinturas asfálticas.

Tablas de fibras de caña para cielo rasos, de 13 mm. de espesor.

UTILITY BOARD. En tablas de 8 mm. de espesor.

SUPERLITE. Tablas aislantes de alta eficiencia.

HARD BOARD. Tablas extra-duras.

STUDIO BOARD. Tablas para revestimientos.

Material especial para tratamientos acústicos y reducción de ruidos.

Juntas de dilatación para pavimentos, losas de hormigón, etc.

Pisos elegantes, silenciosos y durables, en múltiples colores.

Techados y filtros de lana y amianto.

Papeles aisladores.

Pisos de goma de reconocida calidad.

Distribuidores exclusivos.

CIA. SUD AMERICANA

Kreglinger Ltda. (S.A.)

DEPARTAMENTO MATERIALES

BELGRANO 836

U. T. 33, Avenida 2001/8

BUENOS AIRES

ESTABLECIMIENTO DE CANTERIA

GERMÁN BIANCO

SOC. DE RESP. LIMITADA

MARMOLES - GRANITOS - PIEDRAS

CANTERAS PROPIAS

JUAN J. ATENCIO 1690-98

LANUS OESTE, AVELLANEDA

U. T. 20, V. ALSINA 8390

TAMET

CHACABUCO 132 BUENOS AIRES



Alambres y rurales
Artefactos sanitarios
Bulonería y afines
Calefacción
Caños y accesorios
Clavería y afines
Cocinas y cacerolas
Columnas de alumbrado

Construcciones industriales
Construcciones metálicas
Chapas lisas y canaleta
Galpones y tinglados
Hierros en general
Mecánica especial
Fundición
Tambores



VIA PORTATIL "KOPPEL" de 7, 8, 10 y 15 kg. armada y completa.
ZORRAS VOLCADORAS de 3/4, 1 y 1½ m³. de capacidad.
LOCOMOTORAS CON MOTOR DIESEL de 10, 20 y 22 HP. trocha 600 mm.
LOCOMOTORAS A VAPOR TROCHA 600 mm. de 25 y 50 HP.
RIELES DE ACERO PARA VIAS de 7, 8, 9, 10, 12, 15, 27, 37 y 40 kg/mt.
EXCAVADORAS DIESEL.
APLANADORAS DIESEL.

ACCESORIOS Y REPUESTOS.

ORENSTEIN & KOPPEL S. A.

SAN MARTIN 66

BUENOS AIRES

TALLERES MARI

SOC. DE RESP. LTDA.

PTE. LUIS SAENZ PEÑA 1835

Sucesores de ERNESTO MARI e Hijos - Fundador: ERNESTO MARI - Año 1886

U. T. 23 - 0584 - 5327

TODA MAQUINA PARA LA CONSTRUCCION:

Moledoras - Mezcladoras - Hormigoneras - Guinches Giratorios - Baldes - Canastos, etc.
Elevadores de Materiales - Montacargas Eléctricos - Pescantes, plumas, plataformas, etc.

MECANICA EN GENERAL:

Cualquier Repuesto para Automóviles y para Máquinas Industriales.



COJINETES

SKF

PERU 545

BUENOS AIRES



S. A. ANTONIO BERNARDELLO LTDA.

GRANDES TALLERES METALURGICOS

2740 SAN MARTIN 2798

U. T. 80495 - ROSARIO

SOCIOS ACTIVOS

Abrines, Héctor Aníbal
 Agullar, Félix
 Albizzati, Carlos M.
 Alessi, Juan M.
 Alvarez de Toledo, Bell-sario
 Allende Lezama, Luciano P.
 Anastasi, Camilo
 Anchorena, Juan E.
 André, Enrique de
 Añón Suárez, Vicente
 Aparicio, Francisco de
 Aráoz Alfaro
 Arce, Manuel J.
 Arnaudo, Silvio J.
 Avila Méndez, Delfín
 Bado, Atilio A.
 Bachmann, Ernesto
 Baglietto, Eduardo E.
 Balbiani, Atilio
 Ballani, Luis M.
 Bancalari, Agustín
 Bandoni, Alfredo J.
 Barabino Amadeo, S.
 Bargna, Juan L.
 Barral Souto, José
 Barrancos, Leonidas A.
 Becke, Alejandro von der
 Berrino, Juan B.
 Bertino, José Carlos
 Besio Moreno, Nicolás
 Bianchi Lischetti, A.
 Biggeri, Carlos
 Blanchard, Everard E.
 Blaquier, Juan
 Blasco, José
 Boaglio, Santiago
 Bolognini, Héctor
 Bonanni, Cayetano A.
 Bonello, Roberto
 Bontempi, Luis
 Bordas, Alejandro F.
 Bordenave, Pablo E.
 Borzi, Ana María
 Bosch, Gonzalo
 Bossio, Anecto J.
 Bottaro, Juan C.
 Bozzini, Luis (h.)
 Briano, Juan A.
 Buich, Raúl
 Bula, Clotilde A.
 Bunge, Juan C.
 Buontempo, Guillermo
 Burkart, Arturo
 Busso, Eduardo B.
 Butty, Enrique
 Buzzo, Alfredo
 Caillet Bois, Teodoro
 Canale, Humberto
 Capelli, Pedro F.
 Capurro, Roberto H.

Carabelli, Juan José
 Carbone, Esteban
 Carbonell, José J.
 Cárcova, Enrique de la
 Carelli, Antonio
 Carelli, Humberto H.
 Caride Massini, Pedro
 Carman, Ernesto
 Casacuberta, Antonio
 Castellanos, Alberto
 Castello, Manuel F.
 Castiñeiras, Julio R.
 Ceppi, Héctor
 Clos, Enrique C.
 Cock, Guillermo E.
 Coni Bazán, F. A.
 Curti, Orlando P.
 Curutchet, Luis
 Chanourdie, Enrique
 Chizzini Melo, Aníbal F.
 D'Ascoli, Lucio
 Damjanovich, Horacio
 Dassen, Claro C.
 Dasso, Ricardo L.
 De Cesare, Elías A.
 De Fina, Armando L.
 Delleplane, Luis J.
 Dennler, Jorge
 Deulofeu, Venancio
 Díaz, Emilio C.
 Díaz, Emilio L.
 Dieulefait, Carlos E.
 Doello-Jurado, Martín
 Dobranich, Jorge W.
 Domínguez, Juan A.
 Dubecq, Raúl E.
 Dueñas, José
 Duhau, Luis
 Dupont, Enrique
 Durañona y Vedia, A.
 Durrieu, Mauricio
 Escudero, Antonio
 Escudero, Pedro
 Faré, Santo S.
 Fernández, Alberto J.
 Fernández Díaz, A.
 Fernández Long, S.
 Figini, Angel
 Figuerero, Hernando W.
 Fischer, Gustavo Juan
 Flores, Emilio M.
 Florit, Carlos J.
 Fossa Mancini, E.
 Franceschi, Alfredo
 Fürnkorn, Divico A.
 Gadda, Carlos Manuel
 Galmarini, Alfredo G.
 Gando, Alfredo R.
 Gondolfi Herrero, Augusto
 Gondolfo, José S.
 Gascón, Alberto
 Gaspar, Fernando L.

Géneau, Carlos E.
 Gerardi, Donato
 Ghigliazza, Sebastián
 Giagnoni, Bartolomé E.
 Giannone, José
 Grieben, Arturo
 Gutiérrez, Ricardo J.
 Herbin, Luis A.
 Hermitte, Enrique
 Herrera Vegas, M.
 Herzer, Bernardo
 Hickethier, Carlos F.
 Hofmann, Herbert
 Houssay, Bernardo A.
 Hoyo, Arturo
 Igartúa, Luis María
 Irigoyen, Luis H.
 Isetta, José
 Ivanissevich, Ludovico
 Jorge, José M.
 Jakob, Cristofredo
 Kervor, Juan B.
 King, Diarmid O.
 Kinkelin Pelletán, Eugenio de
 Kinkelin Pelletán, J. C. de
 Knoche, Walter
 Kraglievich, Nicolás T.
 Krapf, Eduardo
 Labarthe, Julio
 Lagunas, Simón
 La Menza, Francisco
 Laporte, Luis B.
 Larco, Esteban
 Lasso, Alfredo F.
 Latzina, Eduardo
 Leguizamón Ponal, Martiniano
 Lignières, Roberto
 Lizer y Trelles, C. A.
 Lombardi, Alberto
 López Sommaschini, Antonio J.
 Loyarte, Ramón G.
 Lugones, Arturo M.
 Llauró, José
 Magnin, Jorge
 Mainini, Carlos
 Mallol, Emilio
 Mamberto, Benito
 Manera, Edmundo
 Marcó del Pont, E.
 Marchionatto, Juan B.
 Martignone, Eduardo
 Martini, Ardoino
 Marotta, F. Pedro
 Marotta, R. Armando
 Méndez, Julio
 Meoli, Gabriel
 Meoli, Humberto
 Mercau, Agustín
 Meriggi, Juan C.

Mermoz, Francisco A.
 Micheletti, José A.
 Moifino, José F.
 Molina Carranza, L.
 Molle, Clotilde C.
 Montes, Vicente E.
 Moraguez Bernat, Jaime
 Moreno, Evaristo V.
 Muratti, Natalio
 Nágera, Juan José
 Natale, Alfredo
 Natale, Ernesto
 Negrete, Lucía
 Negri, Mario L.
 Nielsen, Juan
 Ogloblin, Alejandro
 Oliveri, Alfredo E.
 Ortiz, Aníbal A.
 Ortiz de Rosas, Jorge
 Otamendi, Gustavo
 Ottonello, Héctor
 Ottonello, Néstor J.
 Páez, José María
 Page, Franklin Nelson
 Paitoví, y Oliveras A.
 Paquet, Carlos
 Parodi, Edmundo
 Parodi, Lorenzo R.
 Pastore, Franco
 Paz Anchorena, José M.
 Pérez Hernández, A.
 Pérez Martínez, Aníbal
 Perrone, Cayetano
 Pestalardo, Agustín
 Pini, Aldo G.
 Pistarelli, Julio A.
 Plá, Cortés
 Platz, Hubert
 Posadas, Carlos
 Quinos, José Luis
 Quinterno, Bruno F.
 Quiroga, Pedro R.
 Raimondi, Alejandro
 Raffo, Bartolomé M.
 Ramaccioni, Danilo
 Ramallo, Carlos M.
 Ratto, Héctor R.
 Rebuelto, Antonio
 Rebuelto, Emilio
 Reece, William Aher
 Repetto, Blas Angel
 Repossini, José
 Rissotto, Atilio A.
 Ringuelet, Emilio J.
 Robles, Angel A.
 Rodríguez Aravena, S.
 Rodríguez, Miguel
 Roffo, Angel H.
 Roffo, Juan
 Roldán, Raimundo
 Rokotnitz, Otto
 Rossell Soler, Pedro
 Ruata, Luis E.

Ruiz Moreno, Isidoro	Selva, Domingo	Talana, Jorge	Vignati, Milcíades A.
Ruiz Moreno, Adrián	Selzer, Samuel	Tarragona, José	Vignaux, Juan G.
Rumi, Tomás J.	Sesma, Angel	Tello, Eugenio	Vinardell, Alberto
Sabaria, Enrique	Sheahan, Juan F.	Torre Bertucci, Pedro	Volpatti, Eduardo
Salomón, Hugo	Silva, Leonidas L.	Torello, Pablo	Wainer, Jacobo
Sampietro, Adolfo D.	Simonoff, Miguel	Tossini, Luis	Wunenburger, Gastón
Sánchez, José Ricardo	Simons, Hellmut	Trelles, Rogelio A.	Wauters, Carlos
Sánchez, Gregorio L.	Siri, Luis	Trucco, Sixto E.	Wernicke, Raúl
Sánchez Díaz, Abel	Sobraj, Arturo	Valeiras, Antonio	White, Guillermo J.
Sánchez Sorondo, M. G.	Solari, Emilio F.	Valentini, Argentino	Williams, Adolfo T.
Sanromán, Iberio	Solari, Miguel A.	Valentinuzzi, Máximo	Yepes, José
Santángelo, Rodolfo	Somonte, Edwardo	Vallebella, Colón B.	Zamboni, Agustín
Sarhy, Juan F.	Sordelli, Alfredo	Vanossi, Reinaldo	Zapfi, Enrique V.
Sarrabayrouse, Eugenio	Soler, Frank L.	Varela Gil, José	Zuloaga, Angel M.
Savon, Marcos A.	Spinetto, David J.	Vela Huergo, Julio	
Schnack, Benno J.	Spota, Víctor J.	Veyga, Francisco de	
Schulz, Guillermo	Storni, Segundo R.	Vidal, Eduardo	

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José	Gorchs, Agustín C.	Monteverde, José J.	Sosa Rojas, Victorio C.
Carrera, César J. M.	Greenway, Daniel J.	Recoder, Roberto F.	Tortorelli, Lucas A.
Cotlar, Mischa	Krieger, Gordon C.	Repetto, Cayetano	Viticcioli, Fernando
Devoto, Carlos Alberto	Lacrau, Juan Pedro	Reynal, Jorge E.	Wechsler, Wolf
Elizondo, Francisco M.	Longo, Rafael E.	Roitman, César	
Ferramola, Raúl	Mailhos, Luis E.	Rusconi, Carlos	
García, Eduardo D.	Milesi, Emilio Angel	Sadosky, Manuel	

CASAS ADHERENTES

Angel Estrada y Cía.	De la Puente y Bustamante	Lutz, Ferrando y Cía.	Polledo Hnos. y Cía.
Benvenuto y Cía.	D'Elia, Antonio	Hijos de Atilio Massone	Rezzani y Esperne
Caminos y Construcciones Argentinas - CYCA	Establecimientos Industriales "Febo"	Otto Hess, S. A.	Rivara y Cía.
Compañía General de Construcciones	Italo Argentino Puricelli	Peña, Guillermo A.	Siemens-Bauunion
	Latham Urtubey, Agustín O.	Jacobo Peuser, S. A. Ltda.	T. Gr. "Tomás Palumbo"
			Wayss y Freytag

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E. | Besio Moreno, Nicolás | Tornquist, E. y Cía. (Lda).

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Juan Olsacher; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Vice-presidente, Ing. Daniel A. García; Secretario de actas, Dr. Guillermo V. Stuckert; Secretario de correspondencia, Prof. Tulio Mácola; Tesorero, Sr. Bernardo Pilotto; Pro-tesorero, Dr. Carlos C. Hosseus; Vocales: Ing. Clodoveo Pascualini; Ing. Jorge E. Bobone; Ing. Luis Chechi; Ing. Ambrosio L. Travella; Dr. Federico Padula; Dr. José Carlomagno; Dr. Meade L. Zimmer; Sr. Enrique Sparr.

SOCIOS ACTIVOS

Aguilar, Henoch D.	Carlomagno, José	Esteban, Fernando	Gordillo, Pedro N.
Brandan, Ramón A.	Chaudet, Enrique	Fernández, Miguel	Hosseus, Carlos Curt
Broglia, Alberto A.	Chechchi, Luis	Fontana, Lorenzo F.	Larrauri, Agustín C.
Camilloni, Carlos	Deheza, Eduardo	Godoy, Salvador A.	Mácola, Berardo A.

Mácola, Tulio	Pasqualini, Clodoveo	Rothlin, Edwin	Trebino, Natalio
Mirizzi, Pablo Luis	Peláez, J. Gambastiani	Schmiedecke, Augusto	Urciolo, Victorio
Ninci, Raúl T.	de	Sparr, Enrique	Vercello, Carlos
Olaf Lützow, Holm	Pilotto, Bernardo	Stuckert, Guillermo V.	Yadarola, Mauricio L.
Olsacher, Juan	Ponce Laforgue, Carlos	Taravella, Ambrosio L.	Zimmer, Meade L.
Padula, Federico			

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. José Piazza; Vice-presidente, Ingº Civil Francisco E. Urondo; Secretario de correspondencia, Ingº Quím. Rodolfo G. Christen; Secretario de actas, Ingº Quím. Carlos C. Christen; Tesorero, Ingº Quím. Guillermo Berráz; Vocal 1º, Ingº Civil José Babini; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Vocales suplentes, Ingº Agrº Bruno Santini y Prof. Julio Salaber; Encargado de Publicaciones, Ingº Civil José Babini; Encargado de Canje, Ingº Quím. Rodolfo Rouzaut.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas	Fester, Gustavo A.	Minervini, José	Puente, Nemesio G. de la
Arlotti, Juan Carlos	Gollán, Josué (h.)	Montpellier, Luis Mar-	Ragonese, Arturo E.
Babini, José	Hereñú, Rolando	cos	Reinares, Sergio
Berraz, Guillermo	Hotschewer, Curto	Mounier, Celestino	Rouzaut, Rodolfo
Bertuzzi, Francisco A.	Juliá, Tolrá Antonio	Muzzio, Enrique	Salaber, Julio
Bossi, Celestino	Kleer, Gregorio	Nicollier, Víctor S.	Salgado, José
Cerana, Miguel	Lachaga, Dámaso A.	Nigro, Angel	Santini, Bruno L. P.
Claus, Guillermo	Lexow, Siegfried G.	Niklison, Carlos A.	Schivazappa, Mario
Cohan, Marcos	Maí, Carlos	Oliva, José	Simonutti, Atilio A.
Courault, Pablo	Mallea, Oscar S.	Peresutti, Luis	Tissembaum, Mariano
Crouzeilles, A. L. de	Mántaras, Fernando	Piazza, José	Urondo, Francisco E.
Cruellas, José	Martino, Antonio E.	Piñero, Rodolfo	Vergara, Emilio A.
Christen, Carlos	Méndez, Rafael O.	Pozzo, Hiram J.	Virasoro, Enrique
Christen, Rodolfo G.			

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Eduardo Carette; Vice-Presidente, Ingº Cayetano C. Piccione; Secretario, Sr. Adrián Ruiz Leal; Tesorero, Sr. Manuel Tellechea; Bibliotecario, Prof. Aníbal Ruiz; Vocales: Dr. Juan B. Lara; Ingº Juan P. Toso; Ingº Angel Stura; Sr. Ranulfo Rosales; Dr. Juan P. Paganotto; Dr. Mario Bidone.

SOCIOS ACTIVOS

Anzorena, Jacinto	Croce, Francisco M.	Mayorga, Santiago C.	Sáez Medina, Miguel
Ayala Castagnino, G.	Dodds, Leonel	(Navarro Correas, José A.)	San Martín, José Beni-
Bacal, Benjamín	Espinosa, Norberto A.	Paganotto, Juan P.	to de
Basso, Germinal	Galeano, Edgardo	Piccone, Cayetano C.	Serra, Luis Angel
Benegas, Raúl	Gomensoro, José N.	Ponce, José Raúl	Silvestre, Tomás
Bidone, Mario	Guevara, José R.	Pontis, Rafael E.	Stura, Angel C.
Borsani, Carlos Pablo	Jofré, Alberto L.	Rosales, Ranulfo S.	Tellechea, Manuel
Burgoa, Pedro A.	Lara, Juan B.	Ruiz Leal, Adrian	Toso, Juan F.
Carette, Eduardo	Lugones, Manuel G.		

SECCION LA PLATA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Carlos A. Sagastume; Secretaria, Dra. Juana Cortelezzi; Tesorero, Dr. Carlos T. Teobaldo; Vocales: Dr. Víctor M. Arroyo Basaldúa, Dr. José D. Méndez, Dr. Jorge Gascón, Dr. Alberto E. Sagastume Berra.

SOCIOS ACTIVOS

Alsina Fuertes, Fidel	Arroyo Basaldúa, Víc-	Bauer, Conrado	Brau, Eduardo F.
Angli, Jerónimo	tor M.	Bonet, Luis A.	Canals Frau, Salvador

Coria, Pedro E.	Inda, Carmen	Massimino, Blas	Sáez, Francisco A.
Cortelezzi, Juana	Landolfi, José María	Méndez, José D.	Sagastume, Carlos A.
Crespi Gherzi, Rodolfo A.	Lisarán, Fernando	Nico, Raúl	Sagastume Berra, A. E.
Christmann, Federico E.	Lockart, Carlos E.	Oliva, Virgilio	Scheggia, Eduardo R.
Daló, Héctor R.	Loedel Palumbo, Enrique	Paternosto, Pedro G.	Teobaldo, Carlos
Ferrari, Obdulio J. F.	Mac Donagh, Emiliano J.	Pera, Tomás Carlos	Trejo, César A.
Gascón, Jorge	Magliano, Hilario	Platzcek, Ricardo P.	Ucha Udabe, Manuel
Gershánik, Simón	Márquez, Aníbal R.	Romano-Yalour, Juan G.	Vucetich, Danilo C.
Giovambattista, Humberto	Marmonti, Angel	Sabato, Juan	Wilkens, Alejandro

SECCION TUCUMAN

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing^o Arturo M. Guzmán; Secretario, Dr. Luis N. Pizzorno; Tesorero, Dr. Félix Cernuschi; Vocales: Dr. José Würschmidt, Dr. Alejandro Terracini, Dr. O. Rodolfo Pepe, Dr. Dacio Deza Cenget.

SOCIOS ACTIVOS

Altieri, Radamés A.	Frondizi, Risléri	Peirano, Abel A.	Schegg, Alfredo
Blaisten, Raúl J.	Greve, Walther	Peña Guzmán, Solano	Seria Bravo, Custodio
Boggiatto, Dante E.	Guzmán, Arturo M.	Pepe, O. Rodolfo	Sorol, Rafael V.
Cernuschi, Félix	Hernando Balmori, Clemente	Pizzorno, Luis N.	Storni, Julio S.
Cetrángolo, Guillermo	Herrera, Félix E.	Robín, Maximiliano V.	Terracini, Alejandro
Conceicao de la Cruz, Alfonso	Ibáñez, Adolfo P.	Rodríguez Marquina, Elío	Treves, Renato
Cuenya, Carlos (h.)	Jung, Walter	Rohmeder, Guillermo	Uslenghi, Alejandro S.
Deza Cenget, Dacio	Lázaro, Juan F. de	Saleme, Ernesto M.	Verna, Luis C.
Escalante, Dardo A.	Manoff, Isaac	Sánchez Reulet, Aníbal	Virla, Eugenio F.
Fonio, Osvaldo A.	Novillo, Napoleón R.		Würschmidt, José

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán, R.	México	Hijar y Haro, Luis	México
Alvarez, Antenor	Sgo. del Estero	Janet, Pierre	París
Amaral, Afranio de	San Pablo (Br.)	Jiménez de Asúa, Luis	Madrid
Avenidaño, Leóndes	Lima	Keiper, Guillermo	Berlin
Bachmann, Carlos J.	Lima	Langevin, Paul	París
Bodenbender, Guillermo	Córdoba	Levi, Peppo	Rosario
Bolívar, Ignacio	Madrid	Levi Civita, Tulio	Roma
Bonarelli, Guido	Gubbio (It.)	Lobo, Bruno	Río de Janeiro
Borel, Emile	París	Mardones, Francisco	Santiago (Ch.)
Bragg, William Henry	Londres	Molina, Enrique	Concep. (Ch.)
Bruch, Carlos	Olivos (Bs. As.)	Monjaráz, Jesús E.	México
Cabrera, Blás	Madrid	Montel, Paul	París
Campos Porto, Pablo	Río de Janeiro	Moretti, Gaetano	Milán
Carabajal, Melitón M.	Lima	Oliver Schneider, Carlos	Concep. (Ch.)
Chester Bradley, J.	Ithaca, N. Y.	Pereira d'Andrade, Lencastre	Nova Goa (I. P.)
Darmois, Eugenio	Nancy (Fr.)	Perrin, Tomás G.	México
Darmois, Georges	París	Perrine, Carlos D.	Córdoba
Dávila, Rubén	Santiago (Ch.)	Pi y Suñer, Augusto	Barcelona
Escomel, Edmundo	Lima	Porter, Carlos E.	Santiago (Ch.)
Fiebrig, Carlos	Munich (Al.)	Reyes Cox, Eduardo	Santiago (Ch.)
Fontecilla Larrain, Arturo...	Santiago (Ch.)	Rowe, Leo S.	Washington
Fort, Michel	Lima	Tello, Julio C.	Lima
González del Riego, Felipe ..	Lima	Terracini, Alejandro	Tucumán
Goodspeed, Thomas H.	Berkeley, Cali.	Valle, Rafael H.	México
Greve, Germán	Santiago (Ch.)	Vélez, Daniel M.	México
Günter, Philibert	Nancy (Fr.)	Villarán, Manuel V.	Lima
Hadamard, Jacques	París	Vitoria, Eduardo	Barcelona
Haurian, Luciano	Bruselas	Volterra, Vito	Roma
Hernández, Juvenal	Santiago (Ch.)		